

PROBLEMAS RECREATIVOS III

86.- "Colocar sobre un tablero combinaciones de dos o más piezas de ajedrez tratando que:

- Todas ataquen la misma cantidad de casillas libres (al menos a una).
- Haya la misma cantidad de cada pieza colocada.
- Colocar la mayor cantidad de piezas posible."

87.- El autor de este problema es Ralph Schuler y consiste en alcanzar la posición que aparece en el tablero en el mínimo número de jugadas posible.



88.- Un barco guardacostas de la policia maritima que está situado a 30 km de un punto de la costa recoge a un herido por un naufragio. Este punto de la costa, está situado a su vez a 60 km del Hospital del Puerto. Desde el hospital sale una ambulancia a una velocidad media de 50 km/h. El guardacostas se dirige directamente hacia la ambulancia, a una velocidad media de 20 km/h. ¿En qué punto de la costa deben encontrarse para que el tiempo sea el mínimo en llegar?.

89.- Encontrar el número de subconjuntos del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ en el cual los cuales la ecuación $x+y=2n+1$ no tenga solución.

90.- $f(n)=2n^2+14n+25$ es tal que $f(0)=25=5^2$, encuentre otros dos enteros POSITIVOS p y q tales que $f(p)$ y $f(q)$ son cuadrados perfectos (Olimpiada Costarricense de Matemática, 1994)

91.- Encontrar el error en la siguiente demostracion debida a George Cantor.

Supongamos que los numeros reales entre 0 y 1 son numerables, por lo tanto se pueden poner en una lista uno tras otro, construyamos un numero real del siguiente modo: 0,abcdef.....

Donde a es una cifra diferente de la primera cifra de el primer numero de la lista, b es una cifra diferente de la segunda cifra del segundo numero de la lista, c es una cifra diferente de la tercera cifra del tercer numero de la lista, y asi sucesivamente... Este numero decididamente no esta en la lista pues diferente de cualquiera de los que estan escritos en ella, de donde sigue que los numeros reales no se pueden numerar.

92.- Sean x, y, z numeros tales que se cumple que $x \leq y < z \leq x+y$, pruebe que existe un número N tal que para todo $n > N$ se cumple que $x^n + y^n < z^n$.

93.- Consultar algo sobre las Islas Canarias. Me han dicho que allí hay oro y que todos los habitantes saben donde se encuentra. Pero existe el inconveniente de que la mitad de ellos miente siempre y la otra mitad siempre dice la verdad. Y como si esto fuera poco, con los extranjeros sólo utilizan un antiguo lenguaje local del que solamente se conocen dos palabras: "Bal" y "Da". Lo único que sé es que una significa "Sí" y la otra "No" pero mi diccionario no aclara cuál es cada una. Cuando vaya por allí, antes de empezar a excavar quisiera preguntar si hay oro en ese lugar. ¿Cómo puedo saberlo con una sola pregunta?

94.- Lamentablemente, cuando estuve allí buscando oro hubo un terrible crimen.

Además, pude observar que no todos respetan el antiguo tabú; algunos emplean "Si" y "No" en forma normal. Y también me enteré de que el hecho de ser mentiroso o veraz es genético: todos los integrantes de una familia son del mismo tipo.

Respecto del crimen, la policía local contaba con un sospechoso y tres testigos. Como la fama de Snark no tiene fronteras, me encomendaron que interrogara a los tres testigos. Esta es la transcripción del acta:

Pregunta a A: ¿Es inocente el acusado?

Respuesta de A: "Bal"

Pregunta a B: ¿Qué significa "Bal"?

Respuesta de B: "Bal" significa "Sí"

Pregunta a C: ¿Son hermanos A y B?

Respuesta de C: "No"

Pregunta a C: ¿Es inocente el acusado?

Respuesta de C: "Sí"

Estoy leyendo una y otra vez el acta aquí, en un cybercafé en Casablanca.

Por favor, si alguien me puede ayudar, que me envíe la respuesta urgente. Ya no lo soporto a Sam tocando siempre el mismo tema en el piano..

95.- Encontrar una sucesion infinita de ceros y unos, de forma que no haya ninguna secuencia, de cualquier longitud, que se repita tres veces seguidas.

96.- Se puede afirmar que las blancas juegan y dan mate en 2 movimientos, pero no se puede afirmar con seguridad cual es el mate. ¿Porqué ocurre esto?



97.-Determinar el lugar geométrico de los centros de los triángulos equiláteros inscritos en la elipse $(x/a)^2+(y/b)^2=1$

98.- 3 en raya: las reglas con las que jugamos:

- Se juega alternativamente en un tablero 3x3.

- Las 3 primeras jugadas de cada jugador son de "colocación" y las siguientes son de "desplazamiento"

- Desde la casilla central se puede desplazar la ficha a cualquier otra casilla no ocupada.

- Desde una casilla no central se puede desplazar la ficha a cualquiera de las 3 más próximas (una de las 3 siempre es la central y las otras son 2 de entre {izquierda, derecha, arriba o abajo}) siempre que estén desocupadas, claro.

99.- En el siglo XXI ya casi nadie cree en el diablo. Por esa razón, sus poderes habían quedado reducidos a maldiciones simples que no duraban más de unas horas, y a sencillos trucos de prestidigitación.

Para no vivir en el infierno en estado de aburrimiento infinito, Lucifer solía visitar con frecuencia los casinos y salas de juego, a pesar de que sus ya escasos poderes no le permitían controlar ni una simple bolilla de ruleta. Pero se cuenta que cierta vez le hizo la siguiente propuesta a uno de los jugadores en una mesa de juego:

-Le propongo este juego de ruleta, entre usted y yo: Elija una terna cualquiera de colores: rojo-rojo-negro, negro-rojo-negro, o cualquiera que le agrade. Luego yo elijo otra. Nos ponemos de acuerdo en cuando empezar, y observamos que colores van saliendo. El que acierta primero gana.

-¿Y si sale el cero? -preguntó el jugador.

-Lo ignoramos -respondió Lucifer, encendiendo un cigarillo con un leve chasquido de los dedos.

-Hmmm... -contestó el jugador... -En cada tiro, la probabilidad de cada color es 1/2. Para cualquier terna, es la mitad de la mitad de 1/2, o sea 1/8, de modo que todas las ternas tienen igual probabilidad de salir. Es un juego a la par, ninguno de los dos tenemos ventaja.

-De eso se trata, -contestó Lucifer con una sonrisa diabólica -La diferencia es que yo apuesto cinco ozmufos contra cuatro de los suyos, sin contar la ventaja adicional de que usted elija primero. ¿Qué le parece?

-Parece una propuesta endemoniadamente buena -contestó el jugador.

¿Quién tiene ventaja en el juego, el hombre o Lucifer? ¿Supone alguna diferencia que terna elija el hombre cada vez?

Epílogo: El jugador hizo lo correcto y Lucifer, antes de desaparecer en una nube de azufre, le lanzó una maldición: "¡No acertarás nunca más en la ruleta esta noche!" El hombre quedó muy afligido, pero su novia, una bonita snarkiana, se puso muy contenta ¿Por qué?(adaptación de un problema de Martin Gardner)

100.- Al día siguiente Lucifer volvió al casino y le propuso a otro jugador, (luego de asegurarse esta vez que el candidato no estaba acompañado de ninguna snarkiana), la siguiente apuesta:

-Las probabilidades de que la bola caiga en un número dado, obviamente son $1/37$. Le voy a pedir al croupier que tire dos bolas en vez de una. Si caen en el mismo número, gano yo, y si caen en números distintos gana usted. Le apuesto cien ozmufo míos contra un ozmufo suyo ¿que le parece?

El hombre pensó un momento, se rascó la cabeza, tosió a causa del fuerte olor a azufre que emanaba de Lucifer y murmuró "Hmmm.... si recuerdo bien la teoría de probabilidades, la probabilidad de que las dos bolas caigan en el mismo número sería $1/37$ por $1/37$ a ver... sieteporsietecuantaynuevemelle vocuatro... mmm... es como una en mil y pico... y este tipo maloliente me ofrece uno a cien... parece ser endemoniadamente ventajoso"

Preguntas: ¿Es conveniente o no aceptar la apuesta de Lucifer? ¿Por qué?

101.- Cartas

1. Tomar ocho cartas cualesquiera y retener en la memoria una cualquiera de ellas, de ahora en más la llamaremos LA ELEGIDA.
2. Mezclar las cartas.
3. Hacer dos pilas de izquierda a derecha (con la figura hacia arriba): poniendo una a la izquierda, la siguiente a la derecha la tercera sobre la primera y así sucesivamente (quedarán dos pilas de 4 cartas cada una).
4. Tomar la pila donde está LA ELEGIDA, mezclarlo, o no y colocarlo encima de la otra pila.
5. Repetir el paso 3.
6. Tomar la pila donde NO está LA ELEGIDA y mezclarlo, o no y colocarlo encima de la otra pila.
7. Repetir el paso 3.
8. Tomar la pila donde NO está LA ELEGIDA, poner cara con cara una o dos o dar vuelta las cuatro (si se elige esto último quedarían todas del reverso) o bien dejarlo como está.
9. Colocarlas luego sobre la pila donde está LA ELEGIDA.
10. Hacer nuevamente EL PASO 3 manteniendo todo como se presenta (sin voltearlas).
11. Colocar la pila de la derecha sobre la de la izquierda.
12. Tomar todas las cartas y tal cual están VOLTEAR TODO EL PAQUETE
13. Observar que la tercera de la pila es LA ELEGIDA.

¿por qué?

102.- Encontrar el menor cuadrado magico con todos sus numeros pandigitales (números de 10 cifras en los cuales se usa exactamente una vez cada dígito distinto) y que su suma magica tambien sea pandigital. Los numeros no pueden empezar con 0.

103.- f es una función definida en el conjunto $\{100,101,102,\dots,998,999\}$ en los números reales tales que si $n=abc$ (con a,b,c dígitos y $a \neq 0$), entonces

$$f(n)=f(abc)=a+b+c+a*b+a*c+b*c+a*b*c,$$

de esta manera:

$$f(781)=7+8+1+7*8+7*1+8*1+7*8*1=143.$$

Para la mayor parte de los n 's se cumple que $f(n) < n$, encuentre aquellos n 's para los cuales $f(n) \geq n$.

104.- Esta anécdota se le atribuye a Sam Loyd: Se cuenta que un aficionado le apostó a siempre le haría tablas, jugando con negras, con el simple método de "copiar" las jugadas del blanco. Sam Loyd le demostró que estaba equivocado, dándole mate en cuatro jugadas.

105.- Crear una partida compuesta, en la cual el negro ahoga al blanco en la jugada 11, con todas las piezas en el tablero.

106.- Un tren viaja por una vía recta entre las estaciones 1 y 2 (ver archivo adjunto Doc1.doc) El maquinista tiene de iniciar desde el reposo en la estación 1, acelerar uniformemente entre A y B, desplazarse con velocidad uniforme entre B y C, y luego desacelerar uniformemente entre C y D (a la misma razón que entre A y B) hasta que el tren se detenga en la estación 2. Si todas las distancias AB, BC y CD son iguales, y si se requieren 5 minutos para viajar entre las dos estaciones, determinar cuánto de este período de 5 minutos tarda el tren entre los puntos:

1-) A y B

2-) B y C

3-) C y D

