PROBLEMAS RECREATIVOS II

46.- Se tienen cuatro esferas en el espacio, cada una de radio r, tangentes entre sí, es claro que hay un espacio en medio de todas ellas, ¿cuál será la esfera de mayor tamaño que se puede inscribir en dicho espacio?

47.- En la página 112 de un tratado de numerología, correspondiente a su último capítulo, puede leerse: "La suma de las cifras del número de la última página de cada capítulo de este libro es igual al número de páginas de ese capítulo, y el capítulo más corto tiene 7 páginas". El texto comienza en la página 1; ¿cuántas páginas tiene el libro; cuántos capítulos, y cuál es el número de páginas de cada capítulo?.

48.- Una mesa circular está arrimada a la esquina de una habitación de modo que toca las dos paredes, dejando marcas. En el borde de la mesa hay una marca que se encuentra a 80cm de una marca y a 90cm de la otra. ¿Cuál es el diámetro de la mesa?.

49.- Determinar los dígitos A, B, C, D, tales que: AA BAB BACD AAAC
sean números primos.

50.- Un jugador Andres ha obtenido en 1986 un mejor porcentaje de bateo (hits / no. veces al bat) que otro jugador Beto. En 1987 Andres también tuvo un mejor porcentaje que Beto. Será posible que en el porcentaje de bateo "global", por los dos años, Beto tenga una mejor resultado que Andres??

51.- Una cuadrilla de enlosadores debe enlosar dos patios, uno de doble superficie que el otro. Durante medio día todos trabajan en el patio grande; después de comer la mitad de enlosadores lo hace en el patio grande y la otra mitad en el pequeño. Al finalizar la jornada queda terminado el patio grande y sin terminar una parte del pequeño que ocupa a un enlosador durante el día siguiente. ¿Cuántos enlosadores tenía la cuadrilla?

52.- Criptosuma:

```
    MIL
+   MIL
---------------
  ????????
```

donde cada ? , representa un símbolo distinto

> Solución: MMXCVIII

53.- El octógono P1P2P3P4P5P6P7P8 está inscrito en una circunferencia, con los vértices alrededor de la circunferencia en el orden dado. Sabiendo que el polígono P1P3P5P7 es un cuadrado de área 5 y el polígono P2P4P6P8 es un rectángulo de área 4, encuentre la máxima área posible del octógono.

54.- Rompecabezas de pensamiento lateral:

101 = 1
382 = 2
683 = 3
984 = 4
1115 = ?

55.- Demostrar que para todo natural n existe una matriz cuadrada A de s*s que cumple:

1)Los elementos matriciales de A son -1, 0, 1

2)det(A)=n

3)s-2 <= log_2 (n) <= s-1

56.- Un hombre se encuentra ante una escalera con 100 peldaños numerados del 1 al 100. A su lado hay una puerta que inicialmente se encuentra abierta pero que cada vez que alguien pisa un peldaño de la escalera se cierra o abre si esta abierta o cerrada respectivamente, el hombre comienza pisando los peldaños multiplos de 2:

Peldaños 2,4,6,8,....

Baja en ascensor y continua Ahora de 3 :

3,6,9,.....

Luego de 4 , 5, 6,7 ..... asi hasta 100

La pregunta es como se encuentra ahora la puerta.

57.- Se tiene una circunferencia con n puntos repartidos aleatoriamente y se unen dos puntos no consecutivos de la circunferencia (no consecutivos tanto si recorremos la circunferencia en un sentido o en el contrario, no según el orden de los números en la recta real) de manera que los números que queden en uno de los dos arcos sean mas pequeños que estos dos (en uno de los dos arcos solamente). Demostrar que el numero de uniones es n-3.

58.- 11 filósofos deciden reunirse a cenar semanalmente, en una mesa redonda. Son gente muy comedida, que en la mesa sólo charla con sus vecinos inmediatos a izquierda y derecha. Con objeto de facilitar el intercambio de ideas en el grupo deciden que cada semana se sentarán de forma que no repitan compañeros, indistintamente a izquierda o derecha, mientras sea posible.¿Cuantas semanas podrán mantener este plan de cenas? ¿y si son 12 los filósofos? ¿y 15?

59.- Un hemisfero es media superficie esferica con frontera. ¿Cuál es la probabilidad de que 4 puntos al azar ocupen un hemisferio?

60.- Demostrar que, salvo con 3 y 5, la suma de dos primos gemelos es múltiplo de 6 y de 12.

61.- Dividir un cubo en tres sólidos iguales, de modo que su área exterior también se divida en tres áreas iguales.

62.- Dividir un cubo en tres sólidos iguales, de modo que su área exterior también se divida en tres áreas iguales, y al mismo tiempo que las seis caras del cubo tengan el mismo aspecto

63.- Dividir un cubo en tres sólidos iguales, de modo que su área exterior también se divida en tres áreas iguales, al mismo tiempo que las seis caras del cubo tengan el mismo aspecto y que si pintamos cada sólido de un color cada cara tenga dos colores.

64.- Tenemos un numero ilimitado de dodecaedros regulares, y podemos pintar cada una de las caras de verde o amarillo, la pregunta es ¿cuantos dodecaedros diferentes podremos pintar? (obviamente las rotaciones no se pueden considerar distintos)

65.- Los mejores(1)
Al lado del Teatro de la Ópera, en Viena, hay un Café donde Fatou y yo solíamos ir en mis años de estudiante en Europa. Tenían café de muchos sitios diferentes del mundo. Edylbert, el dependiente finlandés, luego de moler los granos preparaba el café a real gusto y escogencia del cliente. Recuerdo las discusiones entre Edylbert y Fatou porque este último insistía en decir que los gatos de Nueva Caledonia, sus primos lejanos, tomaban café de Groenlandia. Un día, cuando saboreaba un cafecito venezolano, entraron tres finlandeses. Luego de un intercambio amistoso de palabras entre Edy y uno de ellos, Fatou movió su cabeza hacia ambos lados y moviendo sus bigotes dijo: 'El tipo es bastante preciso, de hecho, es Matemático; comete errores, pero... son casi despreciables. Y... ¡no me preguntes por qué ahora! Esta noche te lo aclaro.'
Esa noche, antes de ir a su cama, Fatou dejó sobre la mesa el siguiente escrito:

"John, una descripción exacta de la conversación entre los finlandeses es la siguiente:

- Edy, a Fito y Mario ofréceles un fuerte cafeto, dijo el que llevaba la voz cantante. - ¿Doble?, pregunto Edylbert.. El otro, luego de asentir con su cabeza, se dirigió a sus amigos en voz alta:
- Amigos, yo aconsejo ver a Edylbert hacer café."
Al final del escrito, Fatou me dice: - Como ves John, el que llevaba la voz cantante es Matemático y comete errores menores que una millonésima. Como siempre, Fatou me dejó en blanco.
¿Puede alguien de SNARK explicarme el por qué de las conclusiones de mi gato?
66.- Los mejores (2)
Una noche oscura hay cuatro hombres de este lado del río. Los cuatro deben cruzar al otro lado a través de un puente que como máximo puede sostener a dos hombres al mismo tiempo. Tienen una sola linterna. Esto obliga a que si dos hombres cruzan al mismo tiempo, deban hacerlo juntos, a la velocidad del más lento. También obliga a que alguno de ellos vuelva para alcanzarles la linterna a los que se quedaron. Cada uno tarda una velocidad diferente en cruzar: Genio, veloz como el pensamiento, tarda 1 minuto. Pablo, rápido como su automóvil, tarda 2 minutos. Gustavo, entumecido por los fríos del Polo Norte, tarda 5 minutos. Ángel, que insiste en llevar doce cajas de cerveza, tarda 10 minutos. En qué orden deben cruzar los cuatro hombres, para tardar en total exactamente 17 minutos?
Una generalización interesante es plantear que de este lado del río hay n hombres que tardan 1, 2, 3, ... n minutos en cruzar el puente. Las demás condiciones son idénticas (una sola linterna, dos personas como máximo sobre el puente). Cuál es el tiempo
mínimo necesario para que crucen todas las n personas?

67.- Los mejores (3)
Dos programas de televisión sortean un automóvil. En el primero, hay tres puertas cerradas. Detrás de una de ellas hay un auto; detrás de las otras dos no hay nada. Ud. elige una puerta. Si encuentra el vehículo, lo gana. Si detrás de la puerta elegida no hay nada... mala suerte. Su probabilidad de ganar es, claro está, 1/3.
El otro programa tiene un mecanismo diferente. Nuevamente hay tres puertas y solo una es la ganadora. Ud. elige una de las puertas y enseguida el presentador del programa elige una de las dos restantes. Le queda a Ud. entonces la siguiente opción: puede quedarse con la elección original o bien puede cambiar su decisión y pasarse a la puerta que el presentador dejó libre. Hecha esta segunda elección, Ud. ya no tiene más oportunidades, abre la puerta elegida y habrá ganado o perdido.
Se sabe que el presentador adopta el siguiente criterio: Si en primera instancia Ud. eligió la puerta correcta, entonces elige al azar entre alguna de las otras dos. Si en primera instancia Ud. eligió una puerta incorrecta, entonces se para delante de la otra y le deja libre la puerta ganadora. Desde luego esta decisión
transcurre dentro de la cabeza del presentador y Ud. no sabe en realidad si eligió (en primera instancia) la puerta correcta o no.
Las preguntas son: ¿En qué programa conviene participar? ¿Es indistinto? Si uno participa en el segundo programa, ¿qué estrategia conviene adoptar? ¿conviene conservar la decisión original o conviene cambiarla? ¿es indistinto?
68.- Los mejores (4)
Estas navidades, tuve invitados en casa. En total éramos 24 personas. Mi mujer, muy perfeccionista, colocó 24 tarjetas, cada una con el nombre del invitado (un capricho, que le vamos a hacer). Cuando nos sentamos alguien se dió cuenta de que nadie se había sentado delante de su tarjeta. Entonces ella, muy lista, dijo : Seguro que rotando la mesa al menos dos personas estarán delante de su tarjeta. ¿Puede ser?
69.- Los mejores (5)
Tengo un dilema. Se me da a elegir entre dos sobres que contienen una determinada cantidad de dinero; no se que cantidades son, pero sí que uno de los sobres tiene el doble que el otro. Elijo un sobre, lo abro y miro en su interior. Tiene 10$. En este momento se me permite cambiar de sobre. ¿Qué debo hacer?
70.- Los mejores (6)
Este juego se realiza entre dos jugadores, utilizando un dado convencional con las caras puntuadas de 1 a 6, de
manera que las caras opuestas suman 7. El primer jugador coloca o lanza el dado sobre la mesa y se anota la puntuación de la cara superior. El segundo jugador voltea el dado, de manera que queda en la cara superior una de las que estaba en un lateral.a mano. Se suma la puntuación de esta cara a la anotada inicialmente. Los jugadores continúan volteando alternativamente el dado de esta forma. Pierde el primero que eleva la suma a 50 o más puntos. Se trata de determinar si existe una estrategia ganadora para alguno de los dos jugadores.

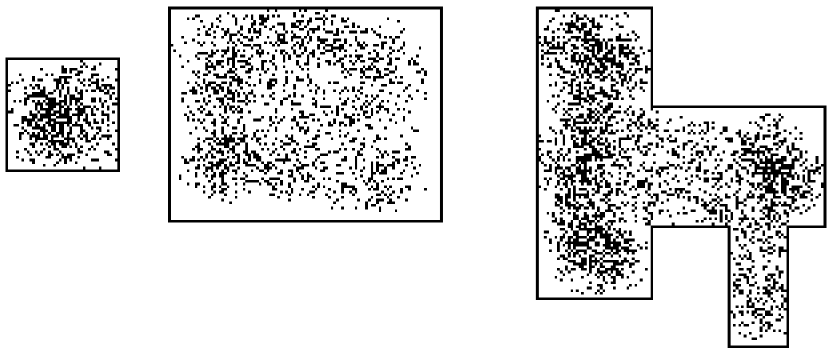
71. - Los mejores (7)

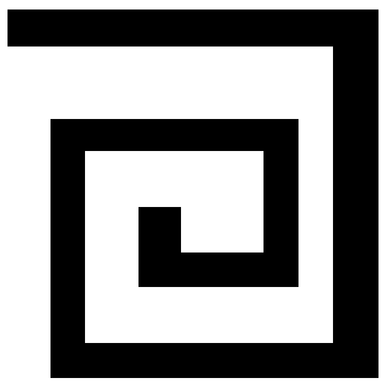
Un polígono es multirectangular si cualesquiera tres lados consecutivos S1, S2, y S3 satisfacen la siguiente propiedad:

S1 y S2 son perpendiculares, S2 y S3 son perpendiculares

Un polígono con tal propiedad se llamara, simplemente, multirectángulo.

Aún con su estructura consistentemente definida, los multirectángulos pueden tener muy diversas formas:





Debido a la riqueza del tema, el texto de este problema será modificado periódicamente a medida que surjan nuevas variantes y preguntas interesantes.

Preguntas

1.- ¿Existe algun multirectángulo con un número impar de lados?. Si la respuesta es Sí, dar un ejemplo; si la repuesta es No, demostrar que el número de lados es un número par.

2.-. ¿Cuántas esquinas y cuántos rincones tiene un multirectángulo de 99 lados? Cuántas esquinas y cuántos rincones tiene un multirectángulo de cien lados?

3.- Algunos jardines tienen forma de mulrirectángulo; para efectos de esta pregunta todos sus lados son números enteros. Se desea rodear el jardín con baldosas de piedra de dimensiones 1x1 de manera que para entrar al jardín desde el exterior hay que pasar por encima de algun mosaico. ¿Cuántas baldosas se necesitan?. Dar la respuesta en forma general; es decir, para cualquier multirectángulo de N lados.

4.- Consideremos un multirectángulo de N lados ubicado en un sistema de coordenadas rectangulares de manera que sus lados queden paralelos a los ejes. . Hallar una fórmula que exprese el área de este multirectángulo.

72.- Los mejores (8)
1)¿Qué barquito de papel será más grande: el construido con una hoja tamaño carta o con una tamaño oficio?
2) En función de la hoja rectangular con que se lo construye, dar las medidas (teóricas) de un barquito de papel: altura y longitudes de la "base" y de la "cubierta".
3) ¿Se puede partir en dos una hoja tamaño carta, de tal forma que se genere un barquito de papel del doble de tamaño que el otro?
4) Igual al anterior pero con tamaño oficio.
5) Establecer las proporciones entre ancho y altura de una hoja rectangular para lograr lo pedido en el ítem 3.
73.- En los dados normales, los números del 1 al 6 están distribuidos de forma que las caras opuestas suman 7. Además, al menos en todos los que yo tengo, el 1, 2 y 3 están orientados en sentido de giro positivo cuando se les mira desde el vértice común.
Si los números se marcan con perforaciones en la superficie del lado, no parece la distribución más aconsejable, pues el centro de gravedad quedará más próximo al vértice común a las caras 1, 2, 3 que al de las caras 4, 5 y 6, haciendo algo más probables las puntuaciones bajas. ¿De cuantas formas distintas podrían distribuirse los números en las caras del lado? Naturalmente, las distribuciones que se obtienen unas de otras
girando el dado se consideran iguales.
74.- Tenemos 5 bolas de pesos diferentes y una balanza. Se trata de saber cual es la mediana (el tercero en orden creciente, el valor "central") con sólo 6 pesadas (es decir, 6 comparaciones).
75.- Cinco hombres y un mono naufragan llegando a una isla totalmente desierta. El único alimento que encuentran son los cocos de las palmeras de la playa. Se dedican toda la jornada a recoger los frutos.
Por la noche uno de los náufragos decide separar su parte porque no se fía de los demás. Dividió los cocos en cinco partes y como sobraba un coco se lo dió al mono.
Ocultó su parte y volvió a dormirse.
Poco después, otro de los náufragos hace lo mismo: dividió los cocos en cinco montones,...sobró un coco y tambien se lo dió al mono. Ocultó su parte y se durmió.
Los tres restantes van despertándose sucesivamente y repiten las mismas operaciones.
A la mañana siguiente, al despertarse, juntaron los cocos que quedaban en cinco montones iguales y esta vez no sobró ninguno.
¿ Cuántos cocos recolectaron inicialmente ?
Este enigma admite multiples soluciones. Te pedimos la SOLUCION MINIMA.
76.- Luis, Pedro y Juan. No mienten
Se les enseña el material: Siete gorras de color. 2 rojas, 2 azules y 3 verdes.
Ninguno puede ver el color de su propia gorra. Se les tapa los ojos, y se les cala una gorra a cada uno. Las cuatro restantes se retiran
Se les destapa los ojos. Cada uno ve las gorras de los otros dos, pero no la suya.
Pregunta para Luis: "¿Sabes seguro de qué color NO es tu gorra?"
Luis dice "No"
Pregunta para Pedro: "¿Y tú?".
Pedro dice "No"   ¿De qué color es la gorra de Juan? ¿Porqué?

77.- He encontrado una demostración estupenda de que en todo triángulo el ortocentro ,el baricentro y el circuncentro están alineados. Además se demuestra que la distancia del circuncentro al baricentro es la mitad que la distancia del baricentro al ortocentro.

La demostración es geométrica y corta. Nada de poner las ecuaciones de las rectas que ,aunque también da la solución , es un método poco elegante (y un latazo)

78.- Un hombre entra a formar parte de una curiosa empresa en la que todos los ejecutivos eran, o bien veraces, y siempre decían la verdad, o bien mentirosos y siempre mentían. En la primera reunión que mantienen en una gran mesa redonda, el nuevo, de pie, trata de averiguar quienes son los mentirosos. En primer lugar les pregunta a todos, uno a uno, sobre su condición. Naturalmente, todos afirmaron ser veraces. Luego le preguntó a cada uno sobre su compañero de la izquierda. Todos contestaron que el hombre sentado a su izquierda era mentiroso.

Ya en su casa el nuevo ejecutivo trató de desvelar el misterio pero se dio cuenta de que no había contado el número de personas que había en la mesa. Llamó al director para preguntárselo, y este le dijo que eran 37. Claro, que el nuevo ejecutivo no sabía si el director era mentiroso o veraz. Decidió llamar al secretario quien le dijo:

- " No hagas caso al director, es un mentiroso compulsivo. Somos 40 ejecutivos. "

¿Podríais adivinar cuantos hombres de cada tipo había en la reunión?

79.- El año 2001 puede escribirse como suma de enteros consecutivos: 1000+1001

De hecho, casi todos los años de este nuevo milenio pueden representarse como la suma de varios enteros consecutivos salvo...... cuáles y por qué?

80.- Dos hermanos heredan un rebaño de ovejas. Venden cada oveja por los mismos dólares que ovejas hay en el rebaño. La cantidad se les paga en billetes de 10 dólares y un resto en monedas menor de 10 dólares. A la hora de hacer el reparto colocan el montón de billetes en una mesa y van tomando alternativamente un billete cada uno. Al acabar el hermano menor dice:

- No es justo. Tu has tomado el primer billete y el último, por lo que te has llevado un billete mas que yo.
- Llevas razón. Para compensarte te daré todas las monedas.
- Sigue sin ser justo, por que la cantidad que hay en monedas es menor de 10 dólares.
- De acuerdo. Pues para terminar el reparto te doy un cheque de forma que las cantidades con las que nos quedemos sean iguales. ¿Quedaras conforme?
- Sí.

Se trata de adivinar cual es el valor del cheque.

81.- En su website <<www.mathpuzzle.com>> Ed Pegg Jr publica una curiosidad debida Marek Penszko con respecto al numero 2001. Hace un par de dias le envie a Ed la siguiente: el numero 2001 es el promedio de los numeros primos consecutivos 1999 y 2003.

Ed replico con esta otra: "It's also the difference between a cube and a square:

2001 = 13^3 - 14^2"

¿Cuales otras propiedades interesantes tiene el numero 2001?

82.- ¿Alguien tiene idea de cual es el año que tiene los días y fechas iguales al 2001?

83.- En una división entera la suma del dividendo y del divisor es 328, y la suma del cociente y el resto es 19. Calcula dichos valores.

En una division entera la suma del dividendo(D) y del divisor(d) es un numero P, y la suma del cociente(q) mas el resto(r) es un numero Q. ?Cuantas soluciones para D, d, q y r tiene la ecuacion: $D = d.q + r$

84.- ¿cuanta gente se necesita reunir en una fiesta para que la probabilidad de hayar dos personas que cumplan los años el mismo dia sea del 50% ?

85.- si hay tres libros en la biblioteca, cada uno tiene 200 paginas. un insecto comienza a comer desde la primer pagina del primer libro hasta la ultima del 3 libro, inclusive
cuantas paginas comio?