EJERCICIOS COMPLEJOS

1.- Expresa en forma polar y trigonométrica el complejo $z=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$

2.- Calcula el módulo y argumento de los siguientes complejos, expresándolos en forma binómica, polar y trigonométrica:

a) $z=3(\cos 30+i\operatorname{sen} 30)$ b) $z=\cos 45-i\operatorname{sen} 45$ c) $z=i$

d) $z=-i$ e) $z=3$ f) $z=-\sqrt{2}$

g) $z=\frac{1-i}{1+i}$ h) $z=\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4$ i) $z=(-1+i)^5$

j) $z=(1+i)\cdot(1-i)$ i) $z=(-1+i)^5$

3.- Opera, expresando el resultado en forma binómica:

a) $1_{120}\cdot 3_{60}$ b) $4_{45}:2_{15}$ c) $1_{10}\cdot 2_{70}\cdot 3_{40}$

d) $2_{15}:4_{45}$ e) $4_{\frac{2\pi}{3}}\cdot 2_{60}$ f) $\left(2_{\frac{\pi}{6}}\right)^6$

g) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{10}$ h) $(1+i)^5$ i) $(2-2\sqrt{3}i)^6$

j) $(1+\sqrt{3}i)^6$

4.- Calcula las siguientes potencias:

a) $(2-2i)^5$ b) $(2+2i\sqrt{3})^2$ c) $(1+i)^{20}$

d) $(-2+2i\sqrt{3})^6$ e) $\frac{i^7-i^{-7}}{2i}$ f) $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right)^3$

5.- Calcular las raíces:

a) $\sqrt[3]{-1}$ b) $\sqrt[4]{1+i}$ c) $\sqrt{-36}$

d) $\sqrt[3]{-27}$ e) $\sqrt[6]{729i}$ d) $\sqrt[4]{16(\cos 180^\circ+i\operatorname{sen} 180^\circ)}$

6.- Si $z=10-10\sqrt{3}i$, calcular $z^5, \sqrt[4]{z}$.

7.- Si $z=-8\sqrt{3}i-8i$, calcular $z^4, \sqrt[5]{z}$.

8.- Dado el complejo: $-2+2\sqrt{3}i$, calcular:

a) Su cuarta potencia.

b) Sus raíces cuartas.

9.- El complejo de argumento 80º y módulo 12 es el producto de dos complejos; uno de ellos tiene de módulo 3 y argumento 50º; escribir en forma binómica el otro complejo.

10.- Encontrar un complejo tal que sumándolo con $\frac{1}{2}$ dé otro complejo de módulo $\sqrt{3}$ y argumento 60º.

11.- Calcula las soluciones, reales o imaginarias de las siguientes ecuaciones, haciendo una representación aproximada de las soluciones:

a) $z^8-1=0$ b) $z^3+1=0$ c) $z^6-2i=0$

12.- Hallar el módulo y el argumento del complejo:

$z=(1+\sqrt{3}i)\cdot(1+i)\cdot(\sqrt{3}-i)$

13.- ¿Qué significado geométrico tiene multiplicar a un número complejo por i? Razona la respuesta multiplicando el número complejo 1+i por i y representándolo después.

14.- Decir, razonadamente, si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Si z=2·(cos 120º+i sen 120º), entonces $z^3=8i$.

b) Si z es un número complejo de módulo r, entonces el módulo de z^4 es r^4.

c) Todas las soluciones de $z^8=1$, en el plano complejo, están a distancia 1 del origen.

d) La ecuación $z^4+81=0$ tiene dos raíces reales y dos imaginarias.

15.- ¿De qué complejo es 2_{15° una raíz sexta? Calcula, en forma binómica dicho complejo z y escribe el resto de raíces sextas de z.

16.- Calcula:

a) $\sqrt[3]{\frac{1+i}{1-i}}$ b) $\sqrt[3]{\frac{1+i}{2-i}}$ c) $\sqrt[5]{-1+i}$

17.- El complejo -2+4i proviene de aplicar un giro ,de amplitud 135º y centro el origen, a otro complejo w. Calcula w.

18.- En el cociente $\frac{10_\alpha}{4_\beta}=\left(\frac{5}{2}\right)_{20^\circ}$, determinar α y β sabiendo que están en el primer cuadrante y son complementarios.

19.- Calcula módulo y argumento de $1_0+2_{90}+3_{180}+4_{270}$.

20.- Calcula $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{i}{2}\right)^{105}$ y expresa el resultado en forma binómica.

21.- Un triángulo tiene sus vértices en los afijos de los complejos 1, 11-i y 6+4i. Calcula los afijos del triángulo que resulta de girar el anterior -90º alrededor del origen de coordenadas.

Solución: -2+i, -1-11i,4-6i.