

### 3.5. EJERCICIOS

1. En una distribución  $\text{Bin}(10;0'2)$ , calcula  $p(X=3)$ ,  $p(X \leq 2)$ ,  $p(X > 2)$ ,  $\bar{x}$ ,  $\sigma$ .
2. Una urna contiene 40 bolas blancas y 60 bolas negras. Sacamos 8 veces una bola, devolviéndola, cada vez, a la urna. ¿Cuál es la probabilidad de que 5 sean blancas?  
Si repetimos 10 veces la experiencia, ¿Cuánto vale la media y la desviación típica?.
3. Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 verdes. Se saca una al azar, se anota el color y se vuelve a meter; y se realiza 5 veces esta experiencia. Calcula la probabilidad de obtener:
  - a) tres rojas
  - b) menos de tres rojas
  - c) más de tres rojas
  - d) alguna roja.
4. El 2'5% de los tornillos fabricados por una máquina presentan defectos. Si tenemos un lote de 200 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 20 defectuosos?.
5. Para cada una de las siguientes distribuciones binomiales, indica si se pueden aproximar a una normal o no. En caso negativo, explica por qué y en caso afirmativo, determina a qué distribución normal se aproximan, calculando su media y desviación típica.
  - a)  $\text{Bin}(2;0'3)$
  - b)  $\text{Bin}(40,0'05)$
  - c)  $\text{Bin}(50;0'4)$
  - d)  $\text{Bin}(10,0'2)$
  - e)  $\text{Bin}(35,0'5)$
6. Si lanzamos un dado 1000 veces, ¿cuál es la probabilidad de que el número de treses obtenidos sea menor que 100?.
7. Para una variable  $N(0;1)$  calcula las probabilidades:
  - a)  $p(-1 \leq Z \leq 1)$
  - b)  $p(-2 \leq Z \leq 2)$
  - c)  $p(Z \leq -1'65)$
8. En una variable normal,  $X$ , de media 20 y desviación típica 4, calcula el valor de  $t$  para que  $p(X \leq t) = 0'3$
9. El perímetro craneal de los hombres en una ciudad es una  $N(60;2)$  medido en cm.
  - a) ¿Qué perímetro craneal debe tener un hombre para que el 16'6% de sus paisanos "tengan más cabeza que él"?
  - b) ¿Y cuánto para que el 35'2% tenga menos?.
10. Un saco que contiene 400 monedas es vaciado sobre una mesa. Calcula la probabilidad de que:
  - a) Aparezcan más de 210 caras.
  - b) De que el número de caras sea menor que 180.
  - c) De que el número de caras esté comprendido entre 190 y 210, ambos inclusive.

11. La nota media de las pruebas de acceso correspondientes a los estudiantes que querían ingresar en una facultad era 5'8, y la desviación típica 1'75. Fueron admitidos los de nota superior a 6.
  - a) ¿Cuál fue el porcentaje de admitidos si la distribución es normal?
  - b) ¿Con qué probabilidad exactamente 4 de 10 estudiantes son admitidos?
12. Un laboratorio afirma que una droga causa efectos secundarios en una proporción de 3 de cada 100 pacientes. Si se eligen 5 pacientes al azar a los que se les aplica la droga, calcula la probabilidad de que:
  - a) Ningún paciente tenga efectos secundarios.
  - b) Al menos dos tengan efectos secundarios.
  - c) ¿Cuál es el número medio de pacientes que espera el laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 100 pacientes al azar?
13. Se llama cociente intelectual (C.I.) al cociente entre la edad mental y la edad real. Se sabe que la distribución del C.I. se distribuye normalmente con media 0'95 y desviación típica 0'22. En una población con 2600 personas se desea saber:
  - a) ¿Cuántas tendrán un C.I. superior a 1'3?
  - b) ¿Cuántas tendrán un C.I. inferior a 0'07?
  - c) ¿Cuántas tendrán un C.I. entre 0'8 y 1'15?
14. El peso de los toros de una ganadería se distribuyen como una distribución normal de 500 kg de media y 45 kg de desviación típica. Si la ganadería tiene 2000 toros:
  - a) ¿Cuántos pesarán más de 540 kg?
  - b) ¿Cuántos pesarán menos de 480 kg?
  - c) ¿Cuántos pesarán entre 490 y 510 kg?
15. Un jugador de tenis tiene una probabilidad de ganar un partido de 0'25. Si juega cuatro partidos, calcular la probabilidad de que gane más de la mitad.
16. La duración media de un lavavajillas es de 15 años y su desviación típica 0'5. Sabiendo que la vida útil del lavavajillas se distribuye normalmente, hallar la probabilidad de que al adquirir un lavavajillas, éste dure más de 15 años.
17. Una determinada raza de perros tiene cuatro cachorros en cada camada. Si la probabilidad de que un cachorro sea macho es de 0'55, se pide:
  - a) Calcular la probabilidad de que en una camada dos exactamente sean hembras.
  - b) Calcular la probabilidad de que en una camada al menos dos sean hembras.
18. La compañía aérea "Alillas" sabe que el tiempo de retraso de sus vuelos sigue una ley normal, con un retraso medio de 10 minutos y desviación típica 5 minutos. Calcular:
  - a) Probabilidad de que un vuelo no tenga retraso.
  - b) Probabilidad de que el próximo vuelo llegue con no más de 10 minutos de retraso.
  - c) Probabilidad de que el próximo vuelo llegue con más de 20 minutos de retraso.
19. Una empresa instala 20000 bombillas. La duración media de una bombilla sigue una distribución normal con media 305 días y desviación típica 40. ¿Cuántas bombillas se espera que se fundan antes de 365 días? ¿Cuántas durarán más de 401?.

20. El peso medio de los estudiantes de un colegio es 60 kg y la desviación típica es 6 kg. Suponiendo que los pesos están normalmente distribuidos.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante pese menos de 64 kg?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante pese 57 kg o más?
  - Si los estudiantes son 200, ¿cuántos cabe esperar que pesen más de 57 kg y menos de 64 kg?.
21. Considérense las tres distribuciones binomiales  $Bin(10; 0'1)$ ,  $Bin(200; 0'1)$  y  $Bin(2000; 0'1)$  y explicar cuál de ellas se puede aproximar mejor y cuál peor por una distribución normal, justificando la respuesta.
22. Una encuesta revela que el 20% de la población es favorable a un político y el resto es desfavorable. Elegidas seis personas al azar, se desea saber:
- La probabilidad de que las seis personas sean desfavorables.
  - La probabilidad de que las seis personas sean favorables.
23. En un examen a un gran número de estudiantes, se comprobó que las calificaciones obtenidas correspondían razonablemente a una distribución normal con calificación media de 6 y desviación típica de 1.
- Elegido al azar un estudiante, calcular cuál es la probabilidad de que su calificación esté comprendida entre 6'7 y 7'1.
24. El tiempo necesario para que una ambulancia llegue a un centro deportivo se distribuye según una variable normal de media 17 minutos y desviación típica 3 minutos.
- Calcular la probabilidad de que el tiempo de llegada esté comprendido entre 13 y 21 minutos.
  - ¿Para qué valor del tiempo  $t$ , la probabilidad de que la ambulancia emplee más de  $t$  minutos en llegar es del 5%?.
25. Un examen tipo test tiene 100 preguntas y cada pregunta 4 respuestas diferentes, de las que sólo una es correcta.
- Calcular la probabilidad de que un estudiante que responde al azar acierte más de 20 preguntas.
  - Calcular la probabilidad de que de las 20 primeras preguntas acierte a lo sumo 4.
26. En un gran estadio deportivo se quiere instalar focos para iluminar el campo de juego. El suministrador asegura que el tiempo de vida de los focos es, aproximadamente, normal con media 40 horas y desviación típica 4 horas.
- Escogiendo un foco al azar, ¿cuál es la probabilidad de que luzca al menos 30 h?
  - Si se compran 1500 focos, ¿cuántos se puede esperar que luzcan por lo menos 30 h?
  - Si se comprueba que sólo 1400 focos lucen durante más de 30 h, ¿qué puede deducirse?
27. La probabilidad de nacimientos de niños varones en España es de 51'7%. Calcula la probabilidad de que una familia con 5 hijos tenga:
- Por lo menos una niña.
  - Por lo menos un niño.
28. Se ha aplicado un test a 300 alumnos y se ha obtenido que los resultados se distribuyen normalmente con media 30 y desviación típica 12.
- ¿Qué porcentaje de alumnos tendrá una puntuación comprendida entre 20 y 30?
  - ¿Cuántos alumnos tendrán puntuación mayor de 42?

29. Si los pesos de una muestra de 2000 personas presentan una distribución normal de media 65 kg y desviación típica 8, se pide la probabilidad de que una persona elegida al azar, pese:
- Más de 61 kg.
  - Entre 63 y 69 kg.
30. De 1000 medidas de tallas se obtuvo una media de 165 cm y una desviación típica de 8 cm. Se supone que la distribución es normal y se pide:
- Decir cuántas medidas son menores de 157 cm.
  - Cuántas se hallan entre 167 y 181 cm.
31. La probabilidad de que un estudiante obtenga el título de arquitecto es de 0'3. Calcular la probabilidad de que de un grupo de siete estudiantes matriculados en primer curso. . .
- los siete finalicen la carrera.
  - al menos dos acaben la carrera.
32. En una ciudad, la temperatura máxima durante el mes de junio está distribuida normalmente de media  $26^{\circ}$  y desviación típica  $4^{\circ}$ . Calcular el número de días que se espera tengan una temperatura máxima comprendida entre  $22^{\circ}$  y  $28^{\circ}$ .
33. Se tiene una moneda trucada de modo que la probabilidad de sacar cara es cuatro veces la de sacar cruz. Se lanza 6 veces la moneda. Calcular la probabilidad de:
- Obtener dos veces cruz.
  - Obtener a lo sumo dos veces cruz.
34. Una moneda está trucada de forma que la probabilidad de sacar cruz es  $\frac{7}{11}$ . Se lanza la moneda 10 veces. Encontrar:
- La probabilidad de sacar 8 caras.
  - La probabilidad de sacar al menos una cruz.
35. En un grupo de 10 alumnos de un centro educativo se ha comprobado que cada uno de ellos falta a clase el 5% de los días. Calcula la probabilidad de que en un día determinado. . . :
- no se registre ninguna ausencia.
  - falten a clase más de 5 alumnos.
  - no asista a clase ningún alumno.
  - falte a clase un único alumno.
  - falten a clase menos de 3 alumnos.
36. La estatura de una población se distribuye normalmente con media 170 cm y desviación típica 6 cm.  
Calcular la probabilidad de que elegido un individuo al azar tenga su estatura comprendida entre 158 y 162 cm.
37. Tiramos una moneda perfecta 100 veces. Hacemos la predicción de que saldrá un número de caras comprendido entre 44 y 56. Calcula la probabilidad de no acertar.
38. Una normativa europea obliga a que en los envases de yogur no debe haber menos de 120 gr. La máquina dosificadora de una empresa láctea hace los envases de yogur según una ley normal de desviación típica de 2 gr. y media 122 gr.
- ¿Qué tanto por ciento de los envases de yogur de esa empresa cumplirá la normativa?

- b) ¿Cuál deberá ser la media de la ley normal con la cual la máquina dosificadora debe hacer los envases para que el 98 % de la producción de yogures de la empresa cumpla la normativa?. (La desviación típica sigue siendo de 2 gr.).
39. Se ha aplicado un test de fluidez verbal a 500 alumnos de primero de E.S.O. de un centro de secundaria. Se supone que las puntuaciones obtenidas se distribuyen según una normal de media 80 y desviación típica 12. Se pide:
- a) ¿Qué puntuación separa el 25 % de los alumnos con menos fluidez verbal?
- b) ¿A partir de qué puntuación se encuentra el 25 % de los alumnos con mayor fluidez verbal?
40. La media de ventas diarias de un vendedor de unos grandes almacenes es de 950 € y la desviación típica es de 200 €.
- Suponiendo que la distribución de ventas es normal, ¿cuál es la probabilidad de vender más de 1250 € en un día?
41. En un dado trucado, la probabilidad de sacar un 6 es el doble que la de cualquiera de los restantes números. Se lanza el dado 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que salga 6 más de quince veces?
42. La probabilidad de que un estudiante de ingeniería fracase en sus estudios es de 0'7.
- a) De un grupo de 7 estudiantes de ingeniería, calcula la probabilidad de que los 7 fracasen en sus estudios.
- b) En el mismo caso que en el apartado anterior, calcula la probabilidad de que al menos 2 acaben la carrera.
- c) Se el grupo se aumenta a 40 estudiantes, calcular la probabilidad de que fracasen entre 20 y 30 de ellos (inclusive)
43. Cierta tipo de batería dura un promedio de 3 años, con una desviación típica de 0'5 años. Suponiendo que la duración de las baterías es una variable normal:
- a) ¿Qué porcentaje de baterías se espera que duren entre 2 y 4 años?
- b) Si una batería lleva funcionando 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 4'5 años?
44. Se conoce, por estudios previos, que la proporción de reses que enfermarán después de suministrarles una determinada vacuna es del 2 %. Una granja tiene 600 reses que son vacunadas.
- a) Determina el número esperado de reses que no enfermarán.
- b) Halla la probabilidad de que el número de reses que enferman sea, como máximo, 20.
- c) Determina la probabilidad de que el número de reses que no enferman sea, como mínimo, 590.
45. En una empresa que fabrica microcircuitos se ha comprobado que el 4 % de estos son defectuosos. Un cliente compra un paquete de 500 microcircuitos procedentes de la fábrica. Determina:
- a) Número esperado de microcircuitos no defectuosos.
- b) Probabilidad de que se encuentre más del 5 % de microcircuitos defectuosos.
- c) Probabilidad de que el número de microcircuitos defectuosos esté entre 20 y 30 (sin incluir).
46. Tras realizar un test de cultura general entre los habitantes de cierta población, se observa que las puntuaciones siguen una distribución normal, de media 68 y desviación típica 18. Se desea clasificar a los habitantes en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable y de cultura general excelente), de manera que el primer grupo abarque un 20 % de la población, el segundo un 65 % y el tercero el 15 % restante. ¿Cuáles son las puntuaciones que marcan el paso de un grupo a otro?