Ejercicios Integración

1. Calcular las integrales inmediatas:

1.- $\int x^4\,dx$ 2.- $\int (x^3+2x-1)\,dx$ 3.- $\int \frac{-5}{3x}\,dx$

4.- $\int \left(3x^{\frac{-1}{3}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$ 5.- $\int \left(3x^4-2x+\frac{1}{x}\right)\,dx$ 6.- $\int (\cos x+\text{sen } x)\,dx$

7.- $\int (x+1)^2\,dx$ 8.- $\int \frac{1}{2}e^x\,dx$ 9.- $\int \left(\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^4}\right)\,dx$

10.- $\int \frac{x^3+5x^2-x+4}{x}\,dx$ 11.- $\int (10^x-5)\,dx$ 12.- $\int \sqrt[6]{x}\,dx$

13.- $\int \frac{1}{x-7}\,dx$ 14.- $\int e^{3x}\,dx$ 15.- $\int \frac{4}{1-x}\,dx$

16.- $\int (2x+5)^{2002}\,dx$ 17.- $\int (4x^3+2\cos x)\,dx$ 18.- $\int \frac{1}{x^3}\,dx$

19.- $\int e^{\text{sen } x}\cdot\cos x\,dx$ 20.- $\int x\cos(3x^2-5)\,dx$ 21.- $\int (2x^2+3)^5\cdot x\,dx$

22.- $\int \frac{1}{(x-2)^3}\,dx$ 23.- $\int \text{sen }(4x)\,dx$ 24.- $\int \frac{3x}{5x^2+1}\,dx$

25.- $\int (1-3x)^6\,dx$ 26.- $\int \left(\text{sen}^2 x\cdot\cos x\right)\,dx$ 27.- $\int (x^3+1)^6x^2\,dx$

28.- $\int 3xe^{2x^2-1}\,dx$ 29.- $\int \frac{\ln x}{x}\,dx$ 30.- $\int x\sqrt{1+x^2}\,dx$

31.- $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}\,dx$ 32.- $\int \frac{x}{1+x^4}\,dx$ 33.- $\int (x^5-9x^3+\pi^2+x)\,dx$

34.- $\int 7^{2x}\,dx$ 35.- $\int (2-x)^{30}\,dx$ 36.- $\int \frac{1}{x}\cos(\ln(x^3))\,dx$

37.- $\int x^2e^{x^3}\,dx$ 38.- $\int 1654\sqrt{2x+1}\,dx$ 39.- $\int \frac{dx}{x\ln x}$

40.- $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}-\sqrt{x+3}}$

2. Dada la función $f(x)=(x+1)\cdot(3x-2)$:

a) Calcular una primitiva de $f(x)$.

b) Justificar que $F(x)=x^3+2x^2+2$ no es una primitiva de $f(x)$.

c) Aplicar la regla de Barrow para calcular:

$$\int_0^1 (x+1)\cdot(3x-2)\,dx$$

3. Dada la función:
$$f(x) = x^3 + \frac{2}{x^2}$$
calcula una primitiva de $f(x)$ y utilízala junto con la regla de Barrow para obtener la integral de $f(x)$ en el intervalo $[1, 2]$.

4. Dada la función:
$$f(x) = x + \frac{a}{x^3}$$
a) Calcular una primitiva de $f(x)$.

b) Si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, ¿puede serlo también $G(x) = F(x) + 2x$?

c) Encontrar a sabiendo que:
$$\int_1^2 f(x)\, dx = 1'5$$

5. Dada la función $f(x) = 4e^x + a$, donde a es una constante:

a) Justificar si las siguientes funciones son o no primitivas de $f(x)$:
$$F_1(x) = 4e^{4x} + ax, \qquad F_2(x) = e^{4x} + ax$$
b) Encontrar a sabiendo que:
$$\int_0^1 f(x)\, dx = e^4$$

6. Se considera la función:
$$f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x < -1 \\ -x^2 + 1 & si \quad -1 \leq x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$
a) Representarla. ¿En qué puntos es continua?

b) Calcular el área encerrada por la curva, el eje Ox y las rectas $x = 2$ y $x = -2$.

7. La función de coste marginal de un producto viene dado por $c(x) = 0'2x + 3$ y la de ingreso marginal por $i(x) = 25 - 0'6x$.

Calcular la función de beneficios de la empresa, sabiendo que $C(0) = 1004$ e $I(0) = 0$, siendo $C(x)$ e $I(x)$ las funciones de costes e ingresos respectivamente.

8. Dadas las funciones $y = x^2$ e $y = -x^2 + 4x$, representarlas gráficamente y calcular el área que encierran.

9. Calcular el área del recinto limitado por las curvas:
$$y = x, \qquad y = 4, \qquad y = \left(\frac{x}{4}\right)^2$$

10. El mismo ejercicio para:
$$f(x) = x^3 - 9x, \qquad g(x) = -x^2 + 2x + 3$$

11. A las nueve de la mañana surge un rumor en una ciudad que se difundea un ritmo de $e^{2t} + 1000$ personas/hora. Sabiendo que t representa el número de horas transcurridas desde la aparición del rumor, calcular el número de personas que lo habrán oído entre las diez y las doce de la mañana.

12. Dada la función $f(x) = -(x-2)(x+2)(x-4)$, dibújala y calcula el área que encierra con el eje Ox.

13. Un objeto se mueve sobre el eje x con una velocidad (en m/s) de:

$$v(t) = t^2 + 4t - 5$$

¿Qué espacio ha recorrido entre los instantes 0 y 6 segundos?

14. Calcula la función $f(x)$ sabiendo que:

$$f'(x) = 20x^3 - 12x$$

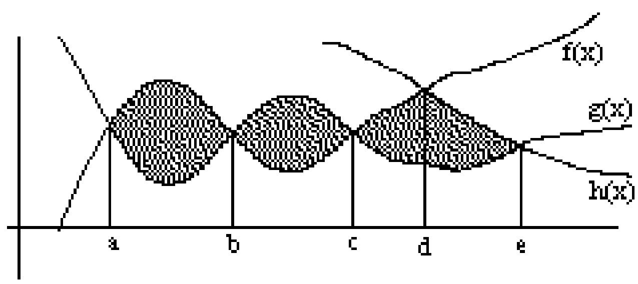
y $f(0) = 7$.

15. Calcula la función $f(x)$ sabiendo que:

$$f'(x) = 2x - 4$$

y que tiene un mínimo en $x = 1$.

16. Expresa mediante integrales el área del recinto sombreado en la figura:



17. Obtén dos primitivas de $f(x) = 3x^2 - 1$ de modo que una pase por el punto $(0, 0)$ y otra por $(1, 2)$.

18. Determina la función $f(x)$ que cumple que:

$$f''(x) = 6x + 4$$

y pasa por los puntos $(0, 1)$ y $(1, 1)$.

19. Calcula el área compredida entre la curva $y = x^2 + 1$ y las rectas $y = x$, $x = -1$ y $x = 2$. Dibuja el recinto correspondiente.

20. Supongamos que se ha roto una tubería y que t minutos después se pierde agua a razón de $f(t) = 100 + 1'5t$ litros/minuto.

    a) ¿Cuánta agua se ha perdido al cabo de una hora?

    b) ¿Qué cantidad de agua se pierde durante la segunda hora en la que la tubería sigue rota?

21. El beneficio marginal de un empresario, por la fabricación de un deteminado producto, viene dado por la función:

$$b(x) = -6x^2 + 120x + 10000$$

(en euros) siendo x el número de unidades producidas.

    a) Calcula la función $B(x)$ de beneficio, sabiendo que la venta de 6 unidades produce un beneficio de 6000 euros.

    b) Calcula el beneficio conseguido al aumentar la producción de 30 a 50 unidades.

22. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - a & si \quad x \leq 0 \\ x - 1 & si \quad 0 < x \leq 2 \\ bx - 5 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

a) Calcular los valores de a y b que hacen la función continua en todos los números reales.

b) Representar gráficamente la función cuando $a = 0$ y $b = 3$.

c) Para estos mismos valores de a y b, calcular el área de la región plana limitada por $f(x)$, el eje Ox y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.