



Ejercicios planos y rectas II

- 1.** *Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$; $s \equiv \begin{cases} x-2y+z-4=0 \\ 2x-5y-z-9=0 \end{cases}$
- Estudiar su posición relativa Sol: se cortan (2,-1,0)
 - Determinar la ecuación del plano que las contiene. Sol: $\pi \equiv x-5y-8z-7=0$
- 2.** Ídem. con $r \equiv \frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$, $s \equiv \begin{cases} x-y+z-4=0 \\ 3x+3y+7z-6=0 \end{cases}$ Sol: coincidentes.
- 3.** *Determinar "a" y "b" para que las rectas sean paralelas:
- $$r \equiv 4x = 2y + 6 = z \quad s \equiv \begin{cases} 2x + ay - z = 1 \\ 2x + 3y + bz = 3 \end{cases} \quad \text{Sol: } a=1; b=-2$$
- 4.** Hallar los valores de "m" y "n" para que r y s sean paralelas:
- $$r \equiv \begin{cases} x = 5 + 5\lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = -\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad s \equiv \frac{x}{m} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{n} \quad \text{Sol: } m=15, n=-3$$
- 5.** *Determinar "b" para que la recta $r \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{b} = \frac{z}{6}$ no corte al plano
- $$\pi \equiv 2x - 4y + 5z = 6 \quad \text{Sol: } b=9$$
- 6.** Hallar los valores de "a" y "b" para que las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x - y = 0 \\ ax - z = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + by = 3 \\ y + z = 3 \end{cases}$ se corten y sean perpendiculares. Sol: a=1, b=1
- 7.** *Hallar los valores de "m" y "n" para que r y s sean paralelas. Hallar también el plano que las contiene. $r \equiv \begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 3 + t \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad y \quad s \equiv \frac{x}{m} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{n}$ Sol: m=12, n=-3, $\pi \equiv 5x-17y+3z+26=0$
- 8.** Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - ay = 1 \\ y - z = 1 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ x + y + z = 8 \end{cases}$ probar que no hay ningún valor de "a" para el cuál son paralelas y averiguar el único valor de "a" para el cuál se cortan. Hallar el punto de intersección en ese caso y el plano que las contiene.
Sol: si a=2 se cortan P(5,2,1) $\pi \equiv 5x-7y-3z-8=0$, si a≠2 no definida.
- 9.** *Estudiar según los valores del parámetro "a" la posición relativa de las rectas r y s
- $$r \equiv \begin{cases} x = (a+2)\lambda \\ y = 1 \\ z = a \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R} \quad y \quad s \equiv \frac{a-x}{1} = \frac{y-2}{a^3} = \frac{z-a}{a-1} \quad \text{Sol: } \begin{cases} \text{si } a = -2 \text{ no está definida} \\ \text{si } a = 1 \text{ se cortan} \\ \text{si } a \neq 1 \wedge a \neq -2 \text{ se cruzan} \end{cases}$$
- 10.** Estudiar la posición relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} kx + y + z = k^2 \\ x + y + kz = k \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x + y + 2kz = 2$, según los valores del parámetro "k". Sol: • si k = 0 $\Rightarrow r \parallel \pi$ • si k = 1 $\Rightarrow r \subset \pi$ • si k ≠ 0 ∧ k ≠ 1 $\Rightarrow r \times \pi$
- 11.** *Dados los planos $\alpha \equiv ax-2z=15$, $\beta \equiv 2x+y+z=-7$, $\gamma \equiv x+y+az=-8$ a determinar los valores de "a" para que los planos pasen por una recta y dar dos puntos y un vector director de ella.
Sol: a = -1, A(-15,23,0), B(1,-1,-8), $\vec{u}(2,-3,-1)$
- 12.** Hallar los valores de "a" para que los planos $\begin{cases} \alpha \equiv -x + y + az = 0 \\ \beta \equiv ax + 2y + 2z = 0 \end{cases}$ corten al plano $\pi \equiv x - y + z = 1$ en dos rectas perpendiculares. Sol: valores que discriminan a=-1, a=6. No hay sol.