Planos y rectas III. Determinación de rectas y planos

1. Hallar el plano que contiene a $r\equiv\begin{cases}x-y=1\\x+2z=2\end{cases}$ y pasa por el punto P(-1,0,2) Sol: $\pi\equiv 3x-y+4z-5=0$

2. Hallar el plano π que contiene a r y es paralela a s: $r\equiv\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$

$s\equiv\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-1}{3}$ Sol: $\pi\equiv 5x-7y+6z-9=0$

3. Hallar la ecuación del planos que pasa por A(-1,-1,0) y es paralelo a las rectas

$r\equiv\begin{cases}x=3-5t\\y=1+2t\\z=3\end{cases}$, $s\equiv\begin{cases}3x-y+z=0\\x+2y-z=2\end{cases}$ Sol: $\pi\equiv 14x+35y-18z+49=0$

4. Hallar la ecuación del plano π perpendicular al plano $\alpha\equiv 3x+4y+2z-5=0$ que pasa por los puntos P(1,-2,2) y Q(2,0,-1). Sol: $\pi\equiv -16x+11y+2z+34=0$

5. Hallar la ecuación del plano π, que pasa por el punto P(1,0,-1) es perpendicular al plano $\alpha\equiv x-y+2z+1=0$ y además es paralelo a la recta $r\equiv\begin{cases}x-2y=0\\z=0\end{cases}$ Sol: $\pi\equiv 2x-4y-3z-5=0$

6. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(2,-1,5) y es paralela a los planos $\pi_1\equiv x-3y+z=0$ y $\pi_2\equiv 2x-y+3z-5=0$ Sol: $\dfrac{x-2}{-8}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$

7. Hallar la ecuación del plano que pasa por A(4,-2,5) y es perpendicular a los planos $\pi_1\equiv 2x-5y-3z+1=0$ y $\pi_2\equiv 3x+4y+3z-3=0$ Sol: $\pi\equiv -3x-15y+23z-133=0$

8. "Recta que pasa por un punto y se apoya en otras dos que se cruzan".

Dadas las rectas $r\equiv\begin{cases}2x-y=5\\y+z=-1\end{cases}$, $s\equiv\begin{cases}x+2y-3z+1=0\\2x+5y+z+2=0\end{cases}$, hallar la ecuación de la recta "t" que pasa por el origen de coordenadas y se apoya en ambas. Hallar los puntos de apoyos R y Q de t con r y s. Sol: $t\equiv\begin{cases}2x+4y+5z=0\\y+7z=0\end{cases}$ R(23/12, -7/6, 1/6); Q(23/11, -14/11, 2/11)

9. "Perpendicular común a dos rectas que se crucen".

Dadas las rectas $r\equiv\begin{cases}x=0\\y=1+\lambda\\z=-3+2\lambda\end{cases}$ $\lambda\in R$, $s\equiv\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{3}$

a) Estudiar sus posiciones relativas
b) Hallar la recta perpendicular común a ambas.
c) Hallar los puntos de apoyos P y Q de la perpendicular común a r y s.

Sol: $t\equiv\begin{cases}x-2y+z+5=0\\5x-16y-7z-21=0\end{cases}$ P(0, 7/15, -61/15), Q(-1/3, 1/3, -4)

10. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A(-1,1,2) y se apoya en las rectas:

$r\equiv\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{4}$ y $s\equiv x+1=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{2}$ y dar los puntos de apoyo. Sol: $t\equiv\begin{cases}x=-1+\alpha\\y=1+2\alpha\\z=2\end{cases}$, R(-5/4, 1/2,2), Q(0, 3, 2)

11. Hallar la perpendicular común a las rectas: $r\equiv\begin{cases}x=2z+1\\y=-z+3\end{cases}$ y $s\equiv\begin{cases}x-2=0\\y+3=0\end{cases}$ y los puntos de apoyo. Sol: $t\equiv\begin{cases}-2x+y+5z-1=0\\2x-y-7=0\end{cases}$