

4. Ejemplo de examen

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ c & 1 & b \\ -1 & c & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, con a, b y c número reales.

- [1,75 PUNTOS] Calcule los valores de a, b y c para que $AB=C$.
- [1,5 PUNTOS] Calcule la inversa de A cuando $a=0$, $b=1$, $c=-1$

2) Sea f la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 3 & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx + c & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x^2 - 5} & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

- [1 PUNTO] Calcule a y b para que la función f sea continua en todo \mathbb{R}
- [2,25 PUNTOS] Si $a=1$ y $b=2$, calcule el área encerrada bajo la gráfica de f(x) entre las rectas $y=0$, $x=0$ y $x=3$
- [0,25 PUNTOS] Calcule d para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^d + 1}{x^2 + x + 2} = 1$

3) Sea P el plano $P \equiv x - y + z = 0$. Sea r la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$

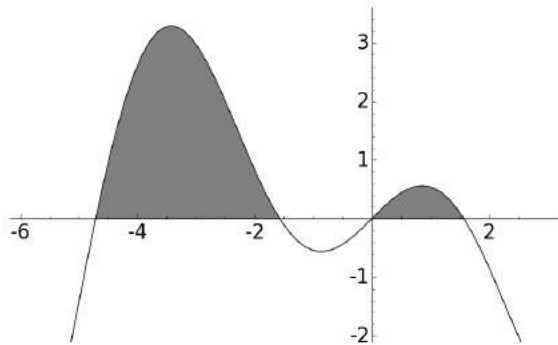
- [0,75 PUNTOS] Describa la posición relativa de P y r.
- [1 PUNTO] Calcule el ángulo formado por P y r (si no posee calculadora, puede dejar indicado el resultado final).
- [1,5 PUNTOS] Construya una recta que corte a r, una recta que sea paralela a y distinta de r y una recta que se cruce con r. Al menos una de estas rectas debe darse mediante sus ecuaciones implícitas (generales).

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

- 1) Considere el siguiente sistema de ecuaciones dependiendo del parámetro a

$$\begin{cases} ax + 2ay + az &= a + 1 \\ x + (a + 1)y + (2 - a)z &= 2a \end{cases}$$

- a) [1,5 PUNTOS] Calcule los valores de a para que el sistema tenga solución.
 b) [1,75 PUNTOS] Calcule todas las soluciones cuando $a = 1$ y cuando $a = -1$.
- 2) Considere la función $f(x) = x \cdot \cos(x)$.
- a) [2,5 PUNTOS] Calcule una primitiva de $f(x)$ y el área encerrada bajo la gráfica de $f(x)$ que se muestra sombreada en la figura. (Indicación: calcule los puntos de corte de la gráfica de $f(x)$ con los ejes).
 b) [1 PUNTO] Calcule la recta tangente a $f(x)$ en $x=0$.



- 3) Considere los puntos $A = (1,1,0)$, $B = (2,1,1)$, $C = (-1,1,2)$.
- a) [1 PUNTO] Calcule la ecuación implícita (general) del plano que pasa por A , B y C .
 b) [1 PUNTO] Calcule el ángulo que forman las rectas AB y AC .
 c) [1 PUNTO] Calcule el área del triángulo ABC .
 d) [0,25 PUNTOS] Determine, usando el producto escalar, si los vectores $(1,0,-1)$ y $(2,0,2)$ son vectores ortogonales.