Apellidos: **Nombre:** **Grupo:**

¡SE DEBEN JUSTIFICAR TODOS LOS PASOS Y SIMPLIFICAR! TODO EJERCICIO ESCRITO A LÁPIZ NO SERÁ EVALUADO

1.- Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ hallar para que valores de "m" la matriz B+mA no tiene inversa.

$$\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}+m\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3+m & 1+m\\ 2+2m & 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}3+m & 1+m\\ 2+2m & 2\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix}3+m & 1+m\\ 1+m & 1\end{vmatrix}=2\left[(3+m)-(1+m)^2\right]=2\left(-m^2-m+2\right)=0\Rightarrow m=\begin{cases}-2\\ 1\end{cases}$$

$$\odot\ si\ m=-2\ \vee\ m=1\Rightarrow|B+mA|=0\Leftrightarrow\nexists\,(B+mA)^{-1}$$

2.- Buscar una matriz cuadrada X (pueden existir varias) cuyo primer elemento valga 2 y tal que la siguiente suma $\begin{pmatrix}2 & -2\\ 6 & 0\end{pmatrix}X+X\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 11 & -1\end{pmatrix}$ sea la matriz nula.

$$\begin{pmatrix}2 & -2\\ 6 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & a\\ b & c\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & a\\ b & c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 11 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}11\cdot a-2\cdot b+2 & a-2\cdot c-2\\ -b+11\cdot c+12 & 6\cdot a-b-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix}11\cdot a-2\cdot b+2=0 & a-2\cdot c-2=0\\ -b+11\cdot c+12=0 & 6\cdot a-b-c=0\end{matrix}\Rightarrow a=2c+2\quad b=11c+12\qquad X=\begin{pmatrix}2 & 2c+2\\ 11c+12 & c\end{pmatrix}$$

3.- Resolver la ecuación $B(2A+I)=AXA+B$ siendo $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ -1 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$.

$$B(2A+I)=AXA+B\Rightarrow 2BA+\cancel{B}=AXA+\cancel{B}\Rightarrow 2A^{-1}B=X$$

$$(A/I)=\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1\end{array}\right)\xrightarrow{F_3-2F_1}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -4 & 1 & -2 & 0 & 1\end{array}\right)\xrightarrow{F_3+4F_1}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 & 1\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_1-F_3}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 2 & 0 & 3 & -4 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 & 1\end{array}\right)\xrightarrow{F_1-2F_2}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1 & 0 & 0 & 3 & -6 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 & 1\end{array}\right)\Rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -6 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 4 & 1\end{pmatrix}$$

$$X=2\begin{pmatrix}3 & -6 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ -2 & 4 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ -1 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}9 & -2 & 11\\ -1 & 0 & -1\\ -6 & 1 & -7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & -4 & 22\\ -2 & 0 & -2\\ -12 & 2 & -14\end{pmatrix}$$

Todos los aparatos electrónicos (teléfonos, relojes,…) tienen que estar APAGADOS.

4.- Calcular el rango de $M=\begin{pmatrix} 1 & a+1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & a & 4 \\ a & 1 & 2 & 2a \end{pmatrix}$ en función del parámetro "a".

$$Consideramos\ el\ menor \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow lo\ orlamos:$$

$$\nearrow \begin{vmatrix} 1 & a+1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ a & 1 & 2a \end{vmatrix} = 2-a=0 \Rightarrow a=2$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} \odot\ si\ \ a\neq 2\ \ ranM=3 \\ \odot\ si\ a=2\ \ ranM=2 \end{matrix}$$

$$\searrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & a & 4 \\ a & 2 & 2a \end{vmatrix} = 4-a^2=0 \Rightarrow a=\pm 2$$

5.- Resolver la ecuación: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & -1 & 3 & 2 \\ x^2 & 1 & 9 & 4 \\ x^3 & -1 & 27 & 8 \end{vmatrix}=0$.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & -1 & 3 & 2 \\ x^2 & 1 & 9 & 4 \\ x^3 & -1 & 27 & 8 \end{vmatrix} \underset{\substack{c_2-c_1 \\ c_3-c_1 \\ c_4-c_1}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x & -1-x & 3-x & 2-x \\ x^2 & 1-x^2 & 9-x^2 & 4-x^2 \\ x^3 & -1-x^3 & 27-x^3 & 8-x^3 \end{vmatrix} \underset{\substack{desarrollamos \\ por\ F_1}}{=} \begin{vmatrix} -1-x & 3-x & 2-x \\ 1-x^2 & 9-x^2 & 4-x^2 \\ -1-x^3 & 27-x^3 & 8-x^3 \end{vmatrix} =$$

$$=(x+1)(x-2)(x-3)\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1-x & 3+x & 2+x \\ -x^2+x-1 & x^2+3x+9 & x^2+2x+4 \end{vmatrix} \underset{\substack{c_1+c_3 \\ c_2-c_3}}{=} (x+1)(x-2)(x-3)\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2+x \\ 3x+3 & x+5 & x^2+2x+4 \end{vmatrix} \underset{\substack{desarrollamos \\ por\ F_1}}{=}$$

$$=(x+1)(x-2)(x-3)\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3x+3 & x+5 \end{vmatrix} = (x+1)(x-2)(x-3)12=0 \Rightarrow x=-1,\ x=2;\ x=3;$$

<u>**TODO EJERCICIO A LÁPIZ NO SERÁ EVALUADO**</u>