

Expresiones algebraicas y polinomios I

- Expresiones algebraicas:
 - Variables=incógnitas=indeterminadas. Es una cantidad desconocida. Se representa por una letra normalmente por la X.
 - Expresiones algebraicas. Son expresiones en las que intervienen números, paréntesis y letras unidos por los símbolos de las operaciones. Ej. $5x+3(x-7)$
 - Lenguaje algebraico es la forma de escribir fenómenos utilizando las expresiones algebraicas:
 - Valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las variables por números y efectuar las operaciones.
- El símbolo =
 - Monomio. Es una expresión algebraica en la que solo aparece la operación de multiplicar (esto incluye potencias enteras positivas) Ej. $5x^3$, $3x^2$, $5xy^2$
 - Binomio. Es una expresión algebraica formada por dos monomios.
 - Trinomio. Es una expresión algebraica formada por tres monomios.
 - Polinomio: Es una expresión algebraica formada por varios monomios.
 - Grado de un monomio
Coeficiente de un monomio es el número que multiplica a las variables.
Parte literal de un monomio es la formada por las variables con sus exponentes.
Se llama grado de un monomio a la suma de los exponentes de las variables. Ej $\text{grad}(5x^3)=3$, $\text{grad}(5x^2y)=3$
 - Identidad es una igualdad que se verifica para cualquier valor de las variables. Ej. $3(x+5)=4x+15-x$
 - Ecuación es una igualdad que se verifica para algunos valores de las variables. Ej. $3x-7=5$
 - Fórmula es una igualdad que relaciona varias variables. EJ $A=l^2$ área de un cuadrado.
- Operaciones con monomios:
 - Suma y resta, solo se pueden sumar o restar monomios que sean semejantes, es decir que tienen la misma parte literal, y en este caso se suman o restan los coeficientes y se deja la parte literal. Ej. $4x^2+3x^2=7x^2$
 - Producto y cociente. Se realizan utilizando las propiedades de las potencias de números reales
 - Generalización a polinomios en una indeterminada:
 - Grado de un polinomio es el mayor de los grados de sus monomios.
 - Término independiente es el monomio que no tiene variable.
 - Sumar y restar es reducir términos semejantes.
 - Multiplicar y dividir por un monomio, se realiza aplicando la propiedad distributiva.
 - Productos notables
 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

- Traducir al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:
 - Un número aumentado en 5 unidades. Sol $x+5$
 - Tengo doble cantidad de dinero que antes Sol $2x$
 - Una cantidad disminuida en 13 unidades Sol $x-13$
 - La mitad de una cantidad más ocho unidades Sol $(x/2)+8$
- Calcular el valor numérico en cada caso:
 - $P(x)=5x+9-3x+2$ para $x=2$ Sol 15
 - $P(x)=-7x+5+9x-4$ para $x=-3$ Sol -5
 - $P(x)=2(x+7)-x$ para $x=5$ Sol 19
 - $P(x)=-5x+(1+x)3-2$ para $x=-4$ Sol 9
- De las siguiente igualdades, señalar cuáles son identidades:
 - $2x+5=x+7+x-2$ Id.
 - $3x+5=4x$ Ec.
 - $3+4x-3=9x-5x$ Id.
 - $7x+8=2-3x$ Ec.
- Hallar el valor de las siguientes formulas para los valores que se indican:
 - $P=2(b+a)$ para $b=5$, $a=3$ Sol 16
 - $A=b.a$ para $b=5$, $a=3$ Sol 15
 - $L=2\pi R$ para $R=5$ Sol 10π

5. Indica cuál es el coeficiente y el grado de los siguientes monomios:

I. $P(x)=4x^5$ II. $P(a)=6a$ III. $P(x)=\frac{4}{5}x^2$ IV. $P(b)=1,5b^3$

6. Realiza las siguientes operaciones

I. $3x+2x+6x-5x+7x=$ Sol $13x$ II. $2x+1-(5x-3)=$ Sol $4-3x$
 III. $3x-2+6x+3=$ Sol $9x+1$ IV. $x^2-2-(x+7)=$ Sol x^2-x-9

7. Aplica la propiedad distributiva del producto respecto de la suma en :

I. $a(b+c)=$ Sol $ab+ac$ II. $x(y+z)=$ Sol $xy+xz$ III. $5(2x-3y)=$ Sol $10x-15y$
 IV. $2(4a+5b)=$ Sol $8a+10b$ V. $x(5a-7)=$ Sol $5ax-7x$ VI. $3a(2x-5b)=$ Sol $6ax-15ab$
 VII. $3x^2(5ax^3-2x)=$ Sol $15ax^5-6x^3$ VIII. $2x^2(3a-4x)=$ Sol $6ax^2-8x^3$ IX. $5a^2(5ax^2-7x)=$ Sol $25a^3x^2-35a^2x$
 X. $4x^3(2ax^2+x-1)=$ Sol $8ax^5+4x^4-4x^3$ XI. $ax^2(ax-3a+1)=$ Sol $a^2x^3-3a^2x+ax^2$ XII. $6a^3(2a^2x^5-7ax^3+3x-1)=$ Sol $12a^5x^5-42a^4x^3+18a^3x-6a^3$

8. Sacar factor común en :

I. $6a^2+8a=$ II. $4x^2+12x=$ III. $2x^2-12x^3=$
 IV. $8x^4-6x^2=$ V. $12y^5+9y^2+3y=$ VI. $14x^9-7x^5+21x^3=$
 VII. $6ax^2+8ax=$ VIII. $6ax^3-9ax^2=$ IX. $3a^2x^2+12a^2x=$
 X. $8xy-6x^3y-12x^3y^2=$ XI. $6x^3a^2-12x^2a^2+9x=$ XII. $16xa^3-4x^3a^2-8x^3a=$

9. Efectuar las multiplicaciones siguientes:

I. $4xy(2x-3x^2y+y^2)=$ II. $(3xy^2-2x^3+y)(-3xy^2)=$ III. $(3x^2-2+x)(x^2-5x+1)=$
 IV. $(2x^2-5x+3)(3+2x-x^2)=$ V. $(y^3-3y^2+5y+4)(y^2-3y)=$

10. Calcular el valor de las siguientes expresiones:

I. $(2a+b)^2=$ II. $\left(\frac{x}{2}+3y\right)^2=$ III. $\left(\frac{3x}{4}+\frac{y}{3}\right)^2=$
 IV. $(2ab+3xy)^2=$ V. $(4ax+5by)^2=$ VI. $(m^2p+nq^2)^2=$

11. Desarrollar:

I. $(2a-3x)^2=$ II. $(3x-2ab)^2=$ III. $(am^2-b^2n)^2=$
 IV. $(2a^2b-xy^2)^2=$ V. $\left(\frac{2a}{3}-\frac{b}{4}\right)^2=$ VI. $\left(\frac{1}{2}ax-\frac{2}{3}by\right)^2=$

12. Efectuar:

I. $(2x+3y)(2x-3y)=$ II. $\left(\frac{2}{3}x-\frac{4}{5}y\right)\left(\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}y\right)=$ III. $(4a^2b+3xy^2)(4a^2b-3xy^2)=$
 IV. $(5ab^2c^3+2x^3y^2)(5ab^2c^3-2x^3y^2)=$ V. $\left(\frac{a^2b^2}{xy}+\frac{xy}{a^2b^2}\right)\left(\frac{a^2b^2}{xy}-\frac{xy}{a^2b^2}\right)=$ VI. $\left(\frac{3a}{5b}+\frac{2x}{7y}\right)\left(\frac{3a}{5b}-\frac{2x}{7y}\right)=$

13. Realizar las siguientes operaciones:

a) $(x^2-5x)^2$ b) $\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}\right)^2$ c) $(2x^2-\sqrt{3})(2x^2+\sqrt{3})$
 d) $(5\sqrt{c}x^3+2b)(-5\sqrt{c}x^3+2b)$ e) $(x^2-x+2)^2-(3x^2-2)^2$
 f) $\left[(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})+(x+\sqrt{3})^2\right]^2$ g) $(3-x+2x^2)^2+(-x^2-2)(x^2+2)-(-x+2)^3+(x-2)^2$

Sol. a) $x^4-10x^3+25x^2$, b) $1/9x^2+4/15x+4/25$, c) $4x^4-3$, d) $4b^2-25cx^6$, e) $-8x^4-2x^3+17x^2-4x$, f) $4x^4+8\sqrt{3}x^3+12x^2$, g) $3x^4-3x^3+4x^2+2x+1$,

14. Factorizar los siguientes polinomios:

$P(x)=x^2-2x+1$ $Q(x)=3x^4-6x^3+3x^2$ $R(x)=x^4-81$ $T(x)=1/4x^2-1/16$ $S(x)=x^2/3+2x+3$