

Ecuaciones de segundo grado

1. Ecuación de segundo grado
 - Ecuación incompleta ax^2 . Tiene las raíces: $x_1=x_2=0$
 - Ecuación incompleta $ax^2+bx=0$. Sacamos x factor común. Una raíz es $x=0$
 - Ecuación incompleta $ax^2+c=0$. Despejamos x^2 y hallamos la raíz cuadrada.
 - Ecuación completa de 2º grado. $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
2. Interpretación gráfica: Dada la ecuación de 2º grado, queda definida la función cuadrática $y=ax^2+bx+c$. Su representación gráfica es una parábola y las raíces son las abscisas de los puntos de corte con el eje OX.
3. Discriminante de la ecuación de 2º grado. $\Delta=b^2-4ac$
4. Número de soluciones e interpretación gráfica
 - a) Si $\Delta>0$ tiene dos raíces reales y distintas. La parábola corta en dos puntos al eje OX
 - b) Si $\Delta=0$ tiene una raíz real doble. La parábola es tangente al eje OX
 - c) Si $\Delta<0$ no tiene raíces reales. La parábola no corta al eje OX
5. Descomposición factorial. Si $ax^2+bx+c=0$ tiene las raíces x_1, x_2 entonces: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
6. Cálculo de la ecuación conocidas las raíces $(x-x_1)(x-x_2)=0$
7. Suma y producto de las raíces $S = x_1 + x_2 = -b/a$ $P = x_1 \cdot x_2 = c/a$
8. Cálculo de la ecuación conociendo la suma y el producto $x^2-Sx+P=0$ (forma canónica)
9. Ecuación bicuadrada $ax^4+bx^2+c=0$ realizamos el cambio $x^2=t$
10. Ecuación irracional. La incógnita está bajo el signo radical.
 - a) Despejamos el radical.
 - b) Elevamos ambos miembros al índice de la raíz.
 - c) Resolvemos la ecuación y comprobamos las soluciones.

1. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $x^2-9=0$ b) $x^2-16=0$ c) $36x^2-25=0$ d) $x^2+25=0$ e) $3x^2-5x=0$ f) $x^2+4x=0$ g) $37x^2-14x=0$
 h) $x^2+3x=0$ i) $5x^2-15x=0$ j) $7x^2+24x=0$ k) $ax^2+bx-cx=0$. Sol: a) $x=\pm 3$, b) $x=\pm 4$, c) $x=\pm 5/6$, d) no tiene, e) $x=0, x=5/3$, f) $x=0, x=-4$, g) $x=0, x=14/37$, h) $x=0, x=-3$; i) $x=0, x=3$, j) $x=0, x=-24/7$; k) $x=0, x=(c-b)/a$
2. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $3x^2-2x-1=0$ b) $x^2-5x+4=0$ c) $5x^2-6x+1=0$ d) $2x^2+3x+4=0$ e) $x^2-6x+9=0$ f) $3x^2+x-2=0$
 g) $3x^2=0$ h) $x^2+6x+9=0$ i) $2x^2+x+5=0$ j) $x^2+4x+1=0$ k) $9x^2-6x-1=0$ l) $3-x^2=0$ Sol: a) 1, 1/3; b) 4, 1;
 c) 1, 1/5; d) no tiene; e) doble 3; f) -1, 2/3; g) 0 doble; h) -3 doble; i) no tiene; j) $-2 \pm \sqrt{3}$; k) $1 \pm \sqrt{2}/3$; l) $\pm \sqrt{3}$
3. Calcular sin resolver cuantas soluciones tienen las siguientes ecuaciones:

a) $x^2+3x-1=0$ b) $x^2-6x+9=0$ c) $2x^2+3x+4=0$ d) $x^2-5x+6=0$ e) $2x^2-7x-41=0$ f) $x-2x^2+7=0$
 Sol: a) 2 sol., b) 1 sol doble., c) No sol., d) 2 sol., e) 2 sol., f) 2 sol.,
4. Determinar las ecuaciones de 2º segundo grado que tienen por suma y producto de raíces :

a) $S=3, P=2$ b) $S=-4, P=3$ c) $S=2, P=-15$ d) $S=-5, P=6$ e) $S=3/2, P=1/2$ f) $S=-5/6, P=-1/6$
 Sol: a) $x^2-3x+2=0$, b) $x^2+4x+3=0$, c) $x^2-2x-15=0$, d) $x^2+5x+6=0$, e) $2x^2-3x+1=0$, f) $6x^2+5x-1=0$
5. Hallar la suma y el producto de las raíces de las siguientes ecuaciones:

a) $x^2-5x+4=0$ b) $x^2+9x+14=0$ c) $2x^2+19x+9=0$ d) $x^2+10x+21=0$ e) $3x^2+10x+3=0$
 f) $2x^2+5x+2=0$ g) $x^2-7x-18=0$ h) $25x^2+20x+4=0$ i) $12x^2-7x+1=0$ j) $6x^2+5x+1=0$
 Sol: a) $s=5; p=4$, b) $s=-9; p=14$, c) $s=-19/2; p=9/2$, d) $s=-10; p=21$, e) $s=-10/3; p=1$, f) $s=-5/2; p=1$, g) $s=7; p=-18$, h) $s=-4/5; p=4/25$, i) $s=7/12; p=1/12$, j) $s=-5/6; p=1/6$
6. Expresa en forma canónica las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2+19x+9=0$ b) $6x^2-5x+1=0$ c) $25x^2+20x+4=0$ d) $2x^2-7x+3=0$

Sol: a) $x^2 - (-19/2)x + 9/2 = 0$, b) $x^2 - 5/6x + 1/6 = 0$, c) $x^2 - (-4/5)x + 4/25 = 0$, d) $x^2 - 7/2x + 3/2 = 0$

7. Resolver: a) $4x^2 - 32x = 0$ b) $5x^2 = 0$ c) $12x^2 - 18 = 0$ d) $3(1-x)(x+1) = 3$ e) $3(x^2 - 2) = 21$
 f) $2x^2 - 11x - 21 = 0$ g) $3(x-1)(x+2) = 3x - 6$ h) $21x - 100 = x^2 + 21 - x$ i) $2x^2 - 1 = 1 - x - x^2$

j) $\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} \left(x - \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{9}$ k) $\frac{x}{5} \left(x + \frac{1}{6} \right) = x - 1$ l) $\frac{2x^2 - 1}{2} - \frac{x - 1}{3} = \frac{1 - x}{6}$ m) $(x-2)^2 = 3$

n) $\frac{x-2}{3} + \frac{2(x+3)}{2} = 1 - \frac{x^2 - 1}{4}$ ñ) $(5x-3)^2 - 11(4x+1) = 1$ o) $\frac{(x-1)(x+1)}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}(x+1)$

Sol: a) 8, 0, b) 0, c) $\pm\sqrt{3/2}$, d) 0, e) ± 3 , f) 7, -3/2, g) 0, h) 11; i) -1, 2/3, j) 2/3, 1/3, k) 10/3, 3/2, l) 2/3, -1/2, m) $2 \pm \sqrt{3}$, n) -1/25, 3, o) 2, -1/3

8. Resolver: a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ b) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$ c) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$ d) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ e) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
 f) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ g) $9x^4 + 16 = 40x^2$ h) $x^4 - 5/4x^2 + 1/4 = 0$ i) $34 - x^2 = 225/x^2$

Sol: a) ± 3 , b) $\pm 1, \pm 4$, c) $\pm 2\sqrt{2}, \pm 1$; d) $\pm 1, \pm 3$; e) $\pm 2, \pm 3$, f) $\pm 1, \pm 5$; g) $\pm 2/3, \pm 2$, h) $\pm 1/2, \pm 1$; i) $\pm 3, \pm 5$

9. Resolver: a) $\sqrt{4x+1} - \sqrt{3x-2} = 1$ b) $\sqrt{3x-2} - 4 = 0$ c) $\sqrt{2x+1} = x - 1$

d) $\sqrt{7-3x} - x = 7$ e) $\sqrt{x+4} = 3 - \sqrt{x-1}$ f) $2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$

g) $(x^2 + 3x + 7)^{1/2} = 5$ h) $\frac{21}{\sqrt{6x+1}} - \sqrt{6x+1} = 2\sqrt{3x}$

Sol: a) 6; 2, b) 6; c) 4, d) -3, e) 13/9, f) 12, g) 3, -6, h) 4/3

10. Resolver: a) $\frac{3-x}{5} = \frac{2}{x} - \frac{4}{5}$ b) $\frac{4}{x} + \frac{x}{2} = \frac{12}{x}$ c) $\frac{5x+1}{5+3x} - \frac{4\left(x+\frac{1}{2}\right)}{5-3x} = \frac{1}{2}\left(x-2x^2+4\right) + 2$

d) $\frac{2}{x^2-1} + 9\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) = 0$ e) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+12}{x+1} - 1 + \frac{x+2}{x-2} = 0$ f) $3^{-1}(x+4) - (7-x)(x-3)^{-1} = 9^{-1}(4x+7) - 1$

g) $2 + \frac{12}{x-3} = x + 3$ h) $\frac{5}{4x^2} - \frac{3}{6x} = \frac{1}{3}$ i) $\frac{6-x}{3} - \frac{3(x-4)}{6+x} = \frac{x-2}{3}$

j) $\frac{2(2x+1)}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{2x+1} + 5 = 0$ k) $\frac{3x-4}{5x-16} = \frac{4x+1}{6x-11}$ l) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{x-2}{x+3}$

m) $\frac{2x-1}{x+1} - \frac{x-7}{x-1} = 4 - \frac{3x-1}{x+2}$ n) $\frac{4x}{9} = \frac{4x+7}{19} - \frac{x-5}{x+3}$

Sol: a) -5, 2, b) ± 4 , c) 302/77; d) 1/3, 2/3, e) 5, 5/6 f) 21, 5, g) 5, -3, h) $\pm 3/2$, i) -21/2, 4, j) 1/4, -3/2, k) 6, -5, l) -1, -6, m) 5, -5/4, n) 2/3, 1/3