

# UNIDAD 9. TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

1. ESQUEMA - RESUMEN

**Página**

2

2. EJERCICIOS DE INICIACIÓN

**Página**

12

3. EJERCICIOS DE DESARROLLO

**Página**

14

4. EJERCICIOS RESUELTOS

**Página**

16

# ESQUEMA - RESUMEN

1.	ESQUEMA - RESUMEN	Página
1.1.	TRIÁNGULOS	2
1.2.	CUADRILÁTEROS	5
1.3	ELEMENTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO.	8
1.4.	TEOREMA DE PITÁGORAS	11

## RESUMEN

### TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS.

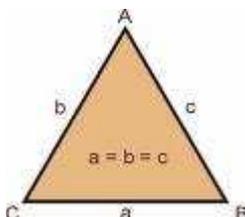
#### 1.1 TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN:

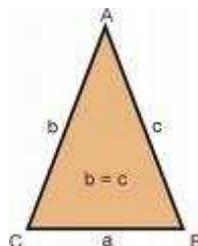
Polígono que tiene 3 lados y 3 ángulos.

#### CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS ATENDIENDO A SUS LADOS.

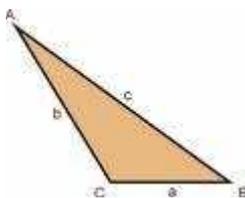
a. Triángulo Equilátero. Tiene los tres lados y los tres ángulos iguales.



b. Triángulo Isósceles. Tiene dos lados y dos ángulos iguales.

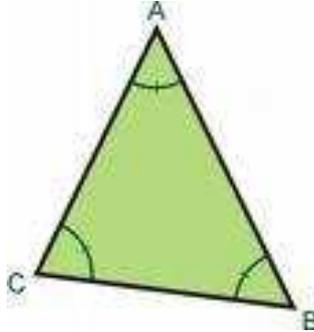


c. Triángulo Escaleno. Tiene los tres lados y los tres ángulos desiguales.

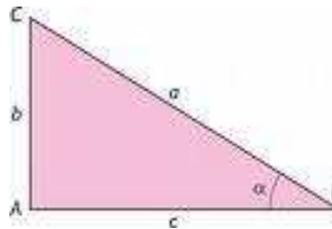


## CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS ATENDIENDO A SUS ÁNGULOS.

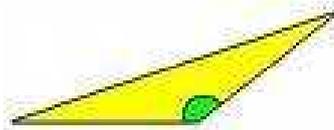
a. Triángulo Acutángulo. Tiene los tres ángulos agudos.



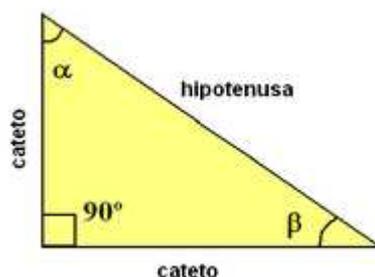
b. Triángulo Rectángulo. Tiene un ángulo recto.



c. Triángulo Obtusángulo. Tiene un ángulo obtuso.



## LADOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO



a. Hipotenusa: Lado opuesto al ángulo recto.

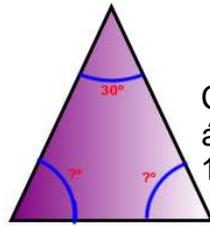
b. Cateto: Cada uno de los lados que forman el ángulo recto.

## TEOREMAS:

□ 1º Teorema.

La suma de los tres ángulos de un triángulo es siempre  $180^\circ$

Ejemplo. En un triángulo isósceles el ángulo desigual mide  $30^\circ$ . ¿Cuántos grados mide cada uno de los otros dos?



Como los tres lados miden  $180^\circ$

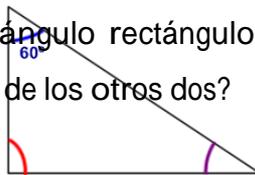
$$180 - 30 = 150.$$

Como un triángulo isósceles tiene dos ángulos iguales y uno desigual

$$\frac{150}{2} = 75$$

Por lo tanto cada ángulo mide  $75^\circ$

En un triángulo rectángulo un ángulo mide  $60^\circ$ . ¿Cuántos grados mide cada uno de los otros dos?



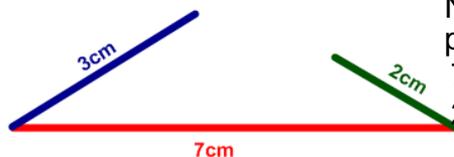
Como es un triángulo rectángulo, un ángulo mide  $90^\circ$

$$60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

- **2º Teorema.** En Cualquier triángulo **un lado siempre tiene que ser menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.**

Ejemplo. ¿Es posible construir un triángulo cuyos lados miden 7cm, 3cm y 2 cm.



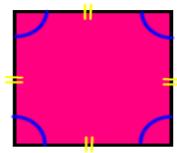
No se puede construir pues.

$$7 > 3 + 2$$

$$2 < 7 - 3$$

## 1.2 CUADRILÁTEROS.

- **DEFINICIÓN.** Polígono que tiene 4 lados y 4 ángulos.
- **Clasificación atendiendo al paralelismo de sus lados.**
  1. Paralelogramos.
    - Definición. Cuadrilátero que tiene los lados paralelos dos a dos.
    - Tipos:
      - a. **Cuadrado.**  
Paralelogramo que tiene los 4 lados iguales y los 4 ángulos rectos.



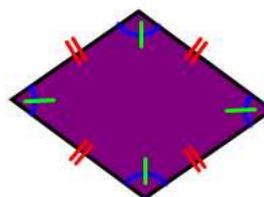
### b. Rectángulo.

Paralelogramo que tiene los lados iguales dos a dos y los 4 ángulos rectos.



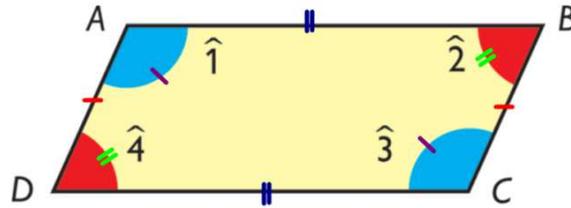
### c. Rombo.

Paralelogramo que tiene los 4 lados iguales y los ángulos iguales dos a dos.



**d. Romboide.**

Paralelogramo que tiene los lados iguales dos a dos y los ángulos iguales dos a dos.

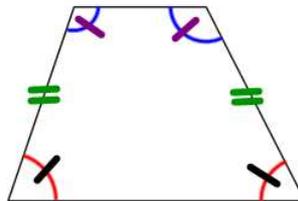


**2. Trapecios**

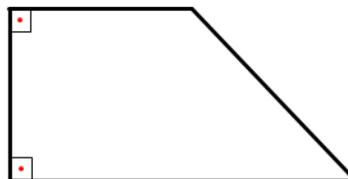
Cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.

□ **Tipos.**

a. **Trapecio Isósceles.** Trapecio que tiene los lados que no forman las bases iguales y los ángulos iguales dos a dos.



b. **Trapecio Rectángulo.** Trapecio que tiene dos ángulos rectos.



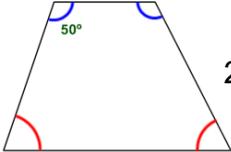
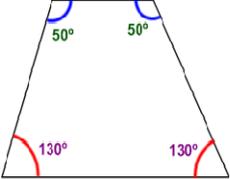
**3. Trapezoides.** Cuadrilátero que no tiene ningún lado paralelo.



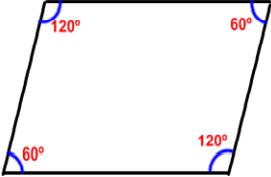
□ **Teorema:**

La suma de los 4 ángulos de un cuadrilátero siempre vale  $360^\circ$

Ejemplo. En un trapecio isósceles un ángulo mide  $50^\circ$ . ¿Cuánto mide cada uno de los otros tres?

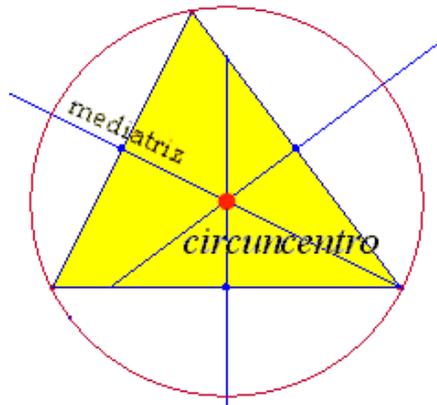

$$\begin{aligned} 50 + 50 &= \\ &100 \\ 360 - 100 &= \\ &260 \\ \frac{260}{2} &= 130 \end{aligned}$$


□ En un romboide un ángulo mide  $120^\circ$ . ¿Cuántos grados miden cada uno de los otros?

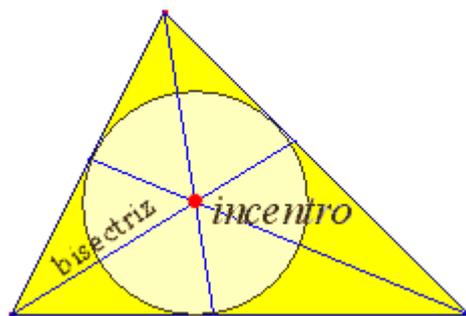

$$\begin{aligned} 120 + 120 &= \\ &240 \\ 360 - 240 &= \\ &120 \\ \frac{120}{2} &= 60^\circ \end{aligned}$$


### 1.3 ELEMENTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO.

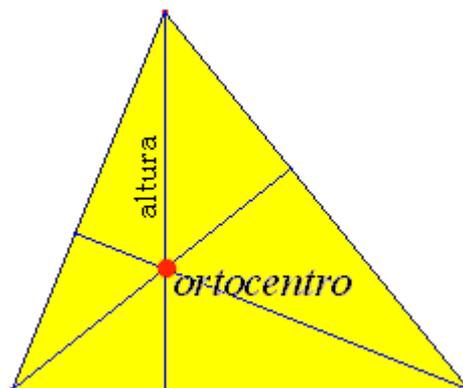
- **Mediatrices.** Perpendicular al punto medio de cada uno de los lados del triángulo.



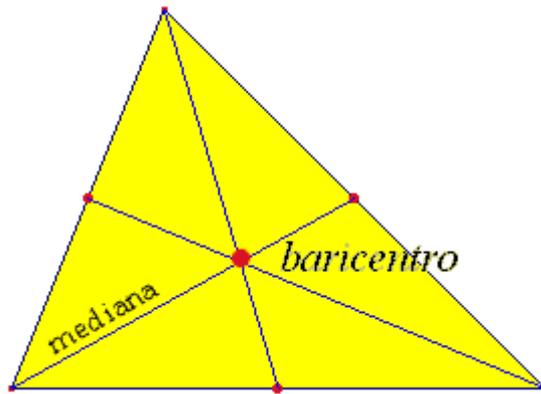
- **Bisectrices.** La bisectriz de un ángulo es la semirrecta que divide el ángulo en dos ángulos iguales.



- **Alturas.** Rectas perpendiculares trazadas desde el vértice al lado opuesto o a su prolongación.

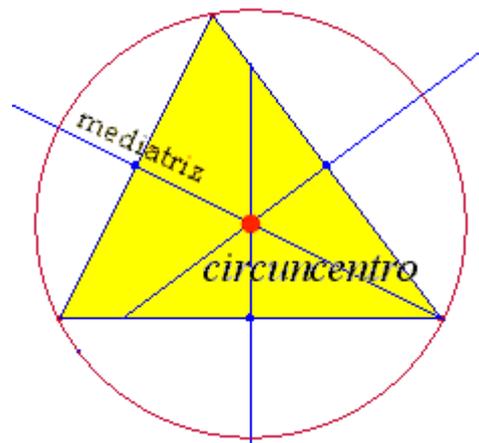


- **Medianas.** Las medianas son las rectas que pasan por el vértice y el punto medio del lado opuesto.



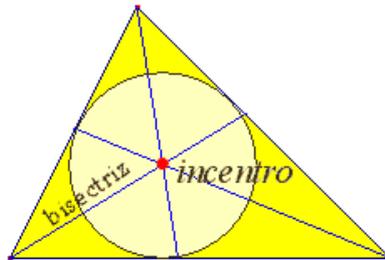
- **Circuncentro:**

- Punto en el que se cortan las tres mediatrices.
- Es el centro de la circunferencia circunscrita.
- La circunferencia circunscrita pasa por los tres vértices del triángulo.

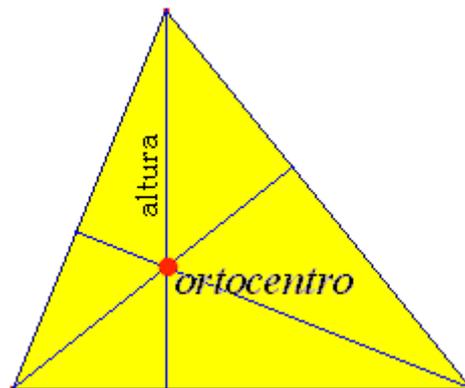


**Incentro.**

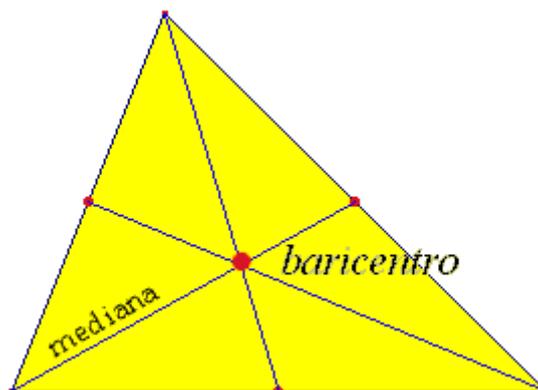
- Punto en el que se cortan las tres bisectrices.
- Es el centro de la circunferencia inscrita.
- Los lados del triángulo son tangentes a la circunferencia inscrita.



**Ortocentro.** Punto en el que se cortan las tres alturas.

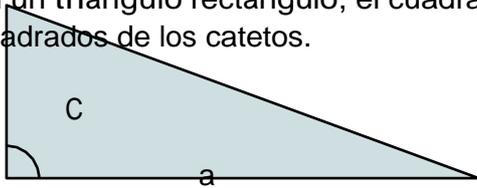


**Baricentro.** Punto en el que se cortan las tres medianas.



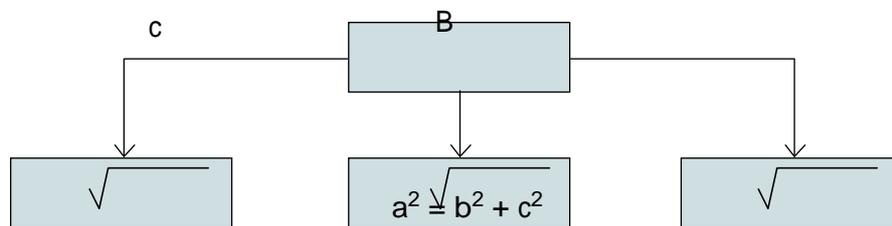
## TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

A



$$a = b^2 + c^2$$

$$b = a^2 - c^2$$

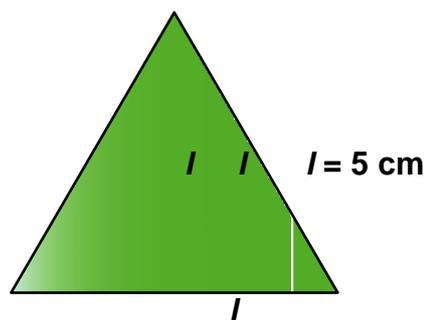
$$c = a^2 - b^2$$

# EJERCICIOS DE INICIACIÓN

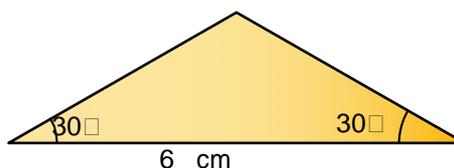
2.	EJERCICIOS DE INICIACIÓN	Página
	2.1 TRIÁNGULOS	12
	2.2 CUADRILÁTEROS	13

2.1	TRIÁNGULOS
-----	------------

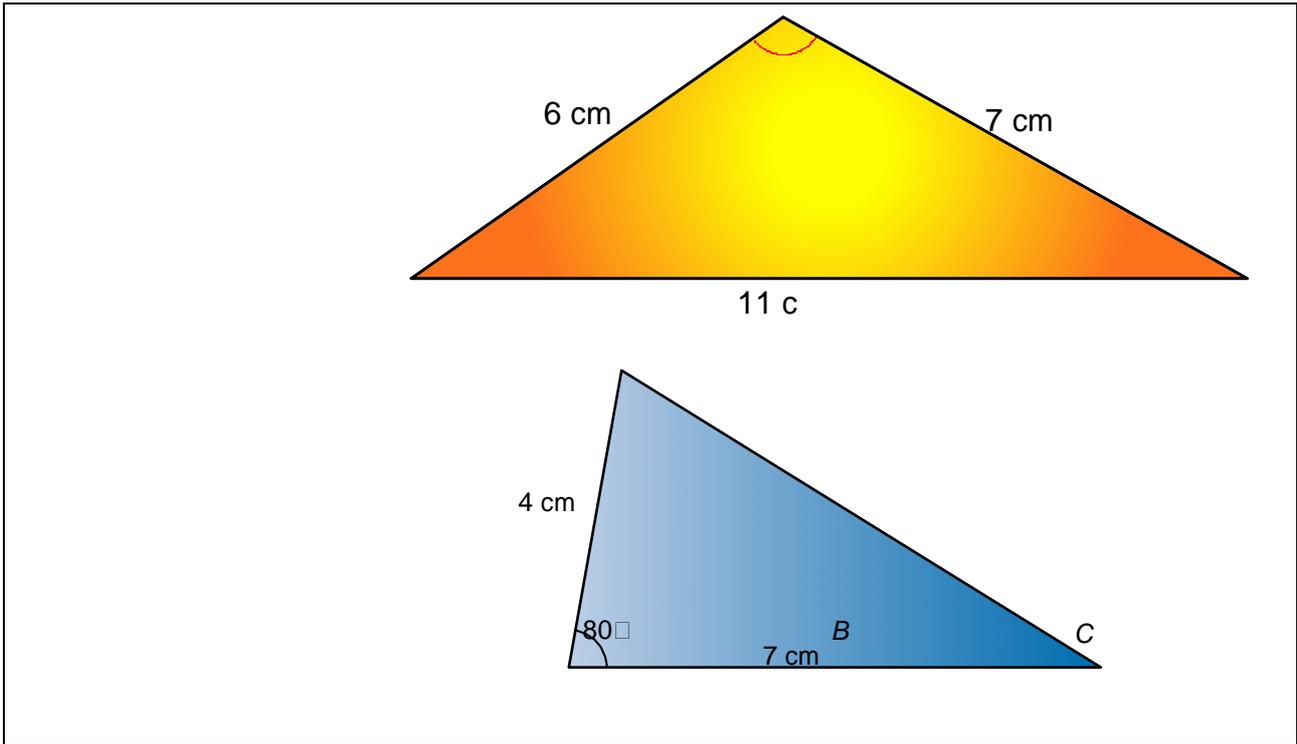
Ej.1	Construye un triángulo equilátero cuyo lado mida $l=5$ cm.
------	------------------------------------------------------------



Ej.2	Construye un triángulo isósceles cuyos ángulos iguales miden $30^\circ$ y cuyo lado desigual mide 6 cm.
------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------



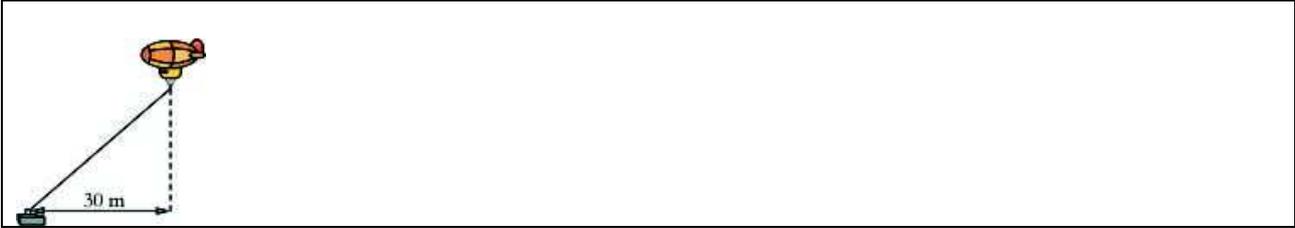
Ej.3	¿De qué tipo es?
------	------------------



2.2	CUADRILÁTEROS
Ej.1	Dibuja dos segmentos que se corten en sus puntos medios y no sean perpendiculares. Une sus extremos y di qué tipo de cuadrilátero se obtiene:
	a) Si los segmentos son iguales b) si los segmentos son de distinta longitud
Ej.2	Si dibujas dos segmentos que sean perpendiculares en sus puntos medios y unes sus extremos, obtienes un cuadrilátero. ¿De qué tipo es?
	a) Para dos segmentos de distinta longitud. b) Para dos segmentos de igual longitud.

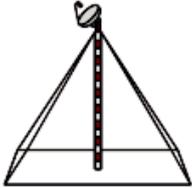
# EJERCICIOS DE DESARROLLO

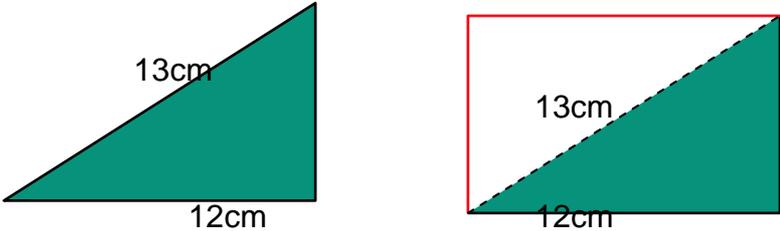
3.1	TRIÁNGULOS
Ej.1	La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 6 cm y uno de sus ángulos, $30^\circ$ . Constrúyelo. Comprueba que el cateto menor es la mitad de la hipotenusa.
Ej.2	¿Por qué es imposible construir un triángulo cuyos lados midan 15,3 cm, 8,6 cm y 5,2 cm, respectivamente?
Ej.3	¿Por qué no se puede construir un triángulo con dos ángulos que midan $95^\circ$ y $88^\circ$ , respectivamente?
Ej.4	Dos de los lados de un triángulo miden 5 cm cada uno, y forman un ángulo de $90^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?
Ej.4	Un globo cautivo está sujeto al suelo con una cuerda. Ayer, que no había viento, el globo estaba a 50 m de altura. Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 30 m del punto de amarre. ¿A qué altura está hoy el globo?



3.2	CUADRILÁTEROS
Ej.1	Dibuja un rectángulo del que se conoce la diagonal, 13 cm, y un lado, 12 cm. ¿Cuánto mide el otro lado?
Ej.2	Dibuja un rombo cuyas diagonales midan $D$ 12 cm y $d$ 9 cm. ¿Cuánto mide el lado?
Ej.3	Dibuja un rombo con una de sus diagonales de 12 cm y el lado de 6,5 cm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?

# EJERCICIOS DE RESUELTOS

6.1	<b><u>TRIÁNGULOS</u></b>
Ej.1	Para afianzar una antena de 24 m de altura, se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán, en tierra, a 10 m de la base de la torre. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?
	 <p>Para un tirante se necesitan: <math>a^2 = 24^2 + 10^2 = 676</math>    <math>a = 26</math> m    <math>26 \times 4 = 104</math> m</p> <p><b>Se necesitarán 104 metros de cuerda.</b></p>

6.2	<b><u>CUADRILÁTEROS</u></b>
Ej.1	Dibuja un rectángulo del que se conoce la diagonal, 13 cm, y un lado, 12 cm. ¿Cuánto mide el otro lado?
	 <p><math>a^2 = 13^2 - 12^2 = 25</math></p>